



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Programa de Matemáticas

Revisión Marco Curricular

En ruta hacia la construcción de un nuevo paradigma educativo
Formando ciudadanos que saben, saben hacer, saben ser y saben convivir



Prek-16

2016



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

REVISIÓN DEL MARCO CURRICULAR DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICAS

Derechos Reservados
Conforme a la Ley
Departamento de Educación
2016

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE PUERTO RICO

NOTIFICACIÓN DE POLÍTICA PÚBLICA

El Departamento de Educación no discrimina por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

NOTA ACLARATORIA

Para propósitos de carácter legal en relación con la Ley de Derechos Civiles de 1964, el uso de los términos maestro, director, supervisor, estudiante y cualquier otro que pueda hacer referencias a ambos géneros, incluye tanto al masculino como al femenino.

JUNTA EDITORA

**Prof. Rafael Román Meléndez
Secretario**

**Prof. Harry Valentín González
Subsecretario para
Asuntos Académicos**

**Prof^a. Madeline Vargas Landró
Directora Ejecutiva Interina de la Docencia
Currículo e Innovaciones Pedagógicas**

**Prof^a. Luz Nereida Rosario Cristóbal
Subgerente de Operaciones Interina
Programa de Matemáticas**

COLABORADORES

El Programa de Matemáticas agradece el compromiso y las valiosas aportaciones de todos los profesores que fueron parte del proceso de revisión del Marco Curricular. Sus esfuerzos y conocimientos contribuyeron a la elaboración, revisión y validación de este documento de trabajo fundamental que presenta los principios filosóficos, teóricos y metodológicos de la enseñanza de matemáticas y una visión integrada del currículo del programa.

COMITÉ DE REVISIÓN

Prof.^a Mayra Avilés Vélez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Canóvanas

Prof. Raúl Marrero Luna
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Barranquitas

Prof.^a Janet Dávila Santana
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Fajardo

Prof. Héctor Corraliza Montero
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Yauco

Prof.^a Elizabeth Rodríguez García
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Yabucoa

Prof.^a Damary León Maldonado
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Yauco

Prof. Jesús Bonilla López
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Las Piedras

Prof.^a María L. González Rodríguez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Utuado

Dr. Juan Negrón Saldaña
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Las Piedras

Dra. Mildred Rodríguez Pomales
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Santa Isabel

Dra. Daisy Méndez Nieves
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Aguadilla

Prof.^a Omayra García García
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Manatí

Prof. Juan B. Miranda Cruz
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Bayamón

Prof.^a Griselle Méndez Mercado
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de San Sebastián

Prof. Wilfredo Daleccio Torres
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Yauco

COMITÉ EDICIÓN Y VALIDACIÓN

Prof. ^a Ana Awilda Silva Luciano
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Ponce

Prof. ^a Nayda Rodríguez Meléndez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Aguas Buenas

Prof. ^a Aracelis Collazo Rodríguez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Canóvanas
Canóvanas

Prof. ^a Jackeline Carrillo Medero
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de

Prof. ^a Aixa Virella Rivera
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de San Juan I

Dra. Aitza Rivera Gálvez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar San Juan I

MENSAJE SECRETARIO



MARCOS CURRICULARES PARA APOYAR LA ENSEÑANZA DE LOS ESTÁNDARES DE CONTENIDO Y EXPECTATIVAS DE GRADO 2014

El Departamento de Educación se enorgullece en presentar los marcos curriculares dirigidos a fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje en cada una de las materias. Estos documentos, los cuales no habían sido revisados desde el año 2003, presentan los parámetros y guías que establecen la ruta hacia una nueva educación en Puerto Rico.

Este valioso documento curricular sirve de referencia a nuestros docentes para guiar sus prácticas educativas en el ambiente escolar. Las necesidades educativas del siglo XXI requieren de maestros altamente efectivos que reflejen el canon establecido por los Estándares Profesionales del Maestro. Nuestros docentes deben desarrollar su práctica didáctica a través de un currículo innovador e integrador que permita desarrollar a sus estudiantes las competencias esenciales para atender las necesidades emergentes tanto de nuestro País como del mundo actual. Estas competencias enmarcadas en una visión longitudinal están contenidas en el Perfil del Estudiante Graduado de Escuela Superior. Concebimos a nuestros estudiantes como aprendices de por vida, líderes de diferentes comunidades, seres éticos, comunicadores efectivos y emprendedores.

El Marco Curricular permite al docente comprender desde una perspectiva dialéctica el currículo, las estrategias con base científica que apoyan la instrucción y los diferentes *assessments*, entre otros aspectos fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje. También fortalece su nivel de abstracción en el cumplimiento de sus propios estándares nacionales: conocimiento de la asignatura, conocimiento pedagógico, estrategias de instrucción, ambiente de aprendizaje, diversidad y necesidades especiales, evaluación y *assessment*, integración de la tecnología, comunicación y lenguaje, familia y comunidad, gestión de información y desarrollo profesional.

El Plan de Transformación Educativa con Visión Longitudinal será el motor para reenergizar nuestra economía y promover una mejor sociedad. Queda en nuestras manos la responsabilidad de la transformación de nuestro Puerto Rico.

PROF. RAFAEL ROMÁN MELÉNDEZ
SECRETARIO

P.O. Box 190759
San Juan, Puerto Rico 00919-0759
Tel. 787 759 2000
www.de.gobierno.pr



El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

MENSAJE SUBSECRETARIO



MARCOS CURRICULARES PARA APOYAR LA ENSEÑANZA DE LOS ESTÁNDARES DE CONTENIDO Y EXPECTATIVAS DE GRADO 2014

Los marcos curriculares son pieza fundamental en la implementación de los estándares nacionales y el desarrollo de las mejores prácticas para lograr la efectividad en el aprendizaje de nuestros estudiantes. Puerto Rico ha dado pasos de avanzada en el desarrollo de estándares nacionales alineados a las demandas de la industria y las competencias esenciales que requiere el Perfil del Estudiante Graduado de Escuela Superior.

Nuestros marcos curriculares apoyan el proceso de enseñanza y aprendizaje al ofrecer al docente una visión comprensiva del currículo y el desarrollo integral de sus estudiantes. Estos contienen los postulados filosóficos, teóricos y pedagógicos alineados a la visión y misión de nuestro Departamento de Educación. También apoyan al maestro en el desarrollo de estrategias académicas y técnicas de evaluación que le sirven para diferenciar la instrucción que ofrece a sus estudiantes.

Para lograr el Perfil del Estudiante Graduado de Escuela Superior, necesitamos docentes apoderados de cada uno de nuestros documentos curriculares: herramientas de alineación curricular, documentos de alcance y secuencia, calendarios de secuencia, mapas curriculares, políticas públicas para la planificación y la evaluación, y mapas curriculares, entre otros. En la medida que logramos desarrollar en los estudiantes las metas de adquisición y transferencia estaremos promoviendo un aprendizaje auténtico que acompañará por siempre a nuestros estudiantes y les servirá para enfrentar con éxito los retos del mundo actual.

Exhortamos a nuestros docentes a promover el ser y el saber hacer en nuestros estudiantes, los cuales están contenidos en los saberes esenciales del siglo XXI: saber, saber hacer, saber ser y saber convivir.

La transformación de nuestro País está en las manos de nuestras escuelas y docencia. Les exhortamos a construir desde lo positivo, a enfocarse en las fortalezas del estudiante y a trabajar en sus áreas de oportunidad: llevarlos a reflexionar desde una cosmovisión que les permita pensar en grande en su futuro y el de su País. Ahí radica la finalidad de la educación.

PROF. HARRY VALENTÍN GONZÁLEZ
SUBSECRETARIO

P.O. Box 190759
San Juan, Puerto Rico 00919-0759
Tel. 787 759 2000
www.de.gobierno.pr



El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

Tabla de Contenido

JUNTA EDITORA	5
COLABORADORES	6
MENSAJE SECRETARIO	8
MENSAJE SUBSECRETARIO	9
INTRODUCCIÓN	12
Propósitos del Marco Curricular.....	14
METAS DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICAS	18
Valores y necesidades educativas de los estudiantes y de la	18
sociedad puertorriqueña y su relación con el estudio de las matemáticas ..	18
Visión del Programa de Matemáticas	19
Misión del Programa de Matemáticas con relación a los valores y	
necesidades de los estudiantes.....	19
Metas a alcanzar para cumplir con la misión de satisfacer los valores y	
necesidades	20
Perfil del estudiante graduado de escuela superior de Puerto Rico.....	20
PRINCIPIOS EPISTEMOLÓGICOS, AXIOLÓGICOS, ONTOLÓGICOS,	
SOCIALES Y CULTURALES	23
Construcción del conocimiento	23
Fundamentos generales de la Matemática como disciplina	24
Enfoque de la disciplina	26
Conceptos, procesos y actitudes.....	30
CONTENIDO CURRICULAR, PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE	36
Objetivos generales del aprendizaje	36
Objetos (fuentes) para el estudio del contenido	36
La experiencia del estudiante y su proceso de desarrollo	37
Contexto histórico cultural del estudiante	39
Estándares de Contenido de la Asignatura	39
Sinopsis de los estándares.....	41
Los estándares curriculares de contenido presentan un resumen de las	
habilidades o destrezas que los estudiantes deben conocer y poder	
desarrollar en cada nivel educativo. Representan la base sobre la cual se	
desarrollan los currículos de matemáticas.....	41
Estrategia reformadoras para matemáticas.....	47
Estrategias adicionales	50

LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE.....	55
EN LA ASIGNATURA.....	55
Principios de aprendizaje y desarrollo pertinentes derivados de la investigación científica	55
Principios de enseñanza pertinentes derivados de la investigación educativa y la práctica docente.....	56
Enfoque, estrategias y metodología de enseñanza cónsonas con los principios anteriores que privilegia el programa de matemáticas	59
Integración de la Tecnología en los Procesos de Enseñanza Aprendizaje .	74
Estrategias Instrucción Diferenciada	76
Modelo DOK Norman Webb.....	78
Rol del Docente	96
El docente desde la perspectiva constructivista	98
EL PROCESO DE EVALUACIÓN, ASSESSMENT Y MEDICIÓN	99
La evaluación del aprendizaje	99
REFERENCIAS DEL MARCO CURRICULAR.....	115
APÉNDICE.....	121



INTRODUCCIÓN

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) trabaja con el propósito de unir en esfuerzo común a la escuela y al sistema con la sociedad y la ciudadanía, para transformar la educación de Puerto Rico al visualizar al estudiante y egresado como transformadores. Esta integración se enmarca en un modelo de integración ciudadana auténtica basado en el modelo *Leading by Convening*. Implementa un currículo que ofrece la oportunidad a todos nuestros estudiantes de aprender para poder transferir ese conocimiento a situaciones reales de su vida.

Los principios rectores del Plan Estratégico Longitudinal del Departamento de Educación de Puerto Rico están fundamentados en que el estudiante es la razón de ser del sistema educativo. El Departamento de Educación tiene como misión formar a la persona-estudiante-ciudadano mediante el desarrollo de competencias, en términos de conocimientos, destrezas y valores para un desarrollo socioeconómico integral; para una sociedad multicultural y diversa, con un alto nivel de incertidumbre y cambio; y para la era del conocimiento y sus desafíos, considerando fundamental desarrollar el pensamiento sistémico y crítico, el multilingüismo, la resolución de problemas y la transformación de conflictos, el trabajo en equipo, las destrezas de colaboración, la conciencia en torno al ideal de una vida buena y una perspectiva nacional, regional e internacional

La formación del estudiantado se enmarca en un sistema fundamentado en metas de adquisición y transferencia que le permiten tomar decisiones y desarrollar su proyecto de vida, su plan familiar y el plan del país. El Programa de Matemáticas tiene como objetivo proveer al estudiante herramientas poderosas para las distintas funciones sociales que asumen proveyendo una educación contextualizada y para el trabajo en formas tradicionales y no tradicionales. En tiempos donde imperan los avances tecnológicos al amparo de la globalización, urge un cambio de los paradigmas educativos que atiendan las necesidades de los estudiantes y las nuevas demandas de la sociedad del conocimiento. Por esta razón, el DEPR establece como meta las TIC's, tecnologías de información y comunicaciones al servicio de las comunidades escolares.



También, anticipa las necesidades de las comunidades escolares y trabaja para exceder sus expectativas mediante la provisión de una infraestructura que les permita desempeñarse exitosamente brindando particular atención al estudiantado y a sus necesidades educativas diferenciadas.

El Marco Curricular es el documento que presenta los fundamentos filosóficos, teóricos y prácticos del Programa de Matemáticas desde Pre-k a duodécimo grado. En el aspecto filosófico, visualiza al estudiante como transformador y presenta una visión del programa cónsona con el perfil del egresado, que aspiramos formar cuando se enfrente a estudios postsecundarios, al mundo laboral o profesional. Es fundamental entender la escuela como un escenario que cultiva experiencias educativas que originan el trabajo voluntario y la acción responsable como parte del currículo escolar. El Programa de Matemáticas promueve en su currículo el valor de la responsabilidad y que se priorice este valor por medio de experiencias concretas en las que el estudiante pueda poner en práctica su acción y disposición hacia el bienestar social, fomentando y cultivando la solidaridad.

El Programa de Matemáticas, en su visión, aspira a formar seres humanos preparados en destrezas para la vida; capaces de enfrentarse a los cambios éticos, morales, sociales, culturales, religiosos, económicos y tecnológicos para que puedan lidiar con decisiones apropiadas en este mundo competitivo al cual están expuestos. La misión será la razón fundamental para operar o poner en función estas ideas filosóficas.

El Marco Curricular es el documento que presenta los fundamentos filosóficos, teóricos y prácticos del Programa de Matemáticas desde Pre-kindergarten a duodécimo grado. En el aspecto filosófico, visualiza al estudiante como transformador y presenta una visión del programa cónsona con el perfil del egresado, que aspiramos a formar cuando se enfrente a estudios postsecundarios, al mundo laboral o profesional. Es fundamental entender la escuela como escenario de promoción ética y cívica, que cultive experiencias educativas que originen el trabajo voluntario y la acción responsable como parte del currículo escolar. El Programa de Matemáticas promueve en su currículo el valor de la responsabilidad y que se priorice este valor por medio de experiencias concretas en las que el estudiante pueda poner en práctica su acción y disposición hacia el bienestar social, fomentando y cultivando la solidaridad.

El Programa de Matemáticas implementa un currículo con el fin de formar seres humanos preparados en destrezas para la vida; capaces de enfrentarse a los cambios éticos, morales, sociales, culturales, religiosos, económicos y tecnológicos para que puedan lidiar con decisiones apropiadas en este mundo competitivo al cual están expuestos. Este principio sirve de base para dirigir a los educadores hacia el marco teórico en el que se fundamenta el currículo, las estrategias con base científica, las técnicas y los métodos de enseñanza y los



criterios de evaluación. También contribuye en el diseño del marco operacional basado en los estándares de proceso y contenido, en el alcance y a tenor con lo que se trabaja para desarrollar el perfil de estudiante, el DEPR define su visión como: “Estudiante y egresado que sabe, sabe hacer, sabe ser y sabe convivir; pensador sistémico, ciudadano global, aprendiz para toda la vida, comunicador efectivo, emprendedor, ético, miembro activo de diversas comunidades y procurador de sana convivencia secuencia, y la profundidad de los conceptos y destrezas presentados en forma espiral. El material presentado en este documento responde a las necesidades de la sociedad y se adapta al entorno de este mundo globalizado a la luz de los nuevos enfoques educativos.

El currículo, visto desde esta perspectiva, consta de tres dimensiones: a) el contenido (conceptos, destrezas y actitudes) a ser desarrollado, incluido en los Estándares de Contenido y Expectativas de grado (2014) y Mapas Curriculares (2014) utilizados; b) la metodología de enseñanza (estrategias, métodos y técnicas), basada en las teorías modernas de aprendizaje que establecen al estudiantado como el centro y constructor de su conocimiento; c) el proceso de *assessment*, fundamentado en las teorías: cognitiva- humanista y sociológica del aprendizaje, así como en los hallazgos recientes de las neurociencias. Estas tres dimensiones tienen que ser consideradas por el docente al momento de redactar los objetivos de la enseñanza en la planificación diaria con una evolución constante.

Propósitos del Marco Curricular

El Departamento de Educación reconoce la importancia del desarrollo del conocimiento y las competencias académicas, en armonía con el desarrollo emocional y social del estudiante. Esto con el propósito de preparar al estudiante para ser sensible, competente, creativo, autogestionario y emprendedor, y para que se desempeñe con éxito en la sociedad, en el contexto de una economía globalizada, de manera que puede enfrentar los retos individuales y colectivos del mundo. El marco curricular tiene como función primordial lograr que los estudiantes desarrollen la visión del DEPR: “Estudiante y egresado que sabe, sabe hacer, sabe ser y sabe convivir; pensador sistémico, ciudadano global, aprendiz para toda la vida, comunicador efectivo, emprendedor, ético, miembro activo de diversas comunidades y procurador de la vida buena.”



El aprendizaje del estudiante ocurre en varias dimensiones del desarrollo humano tales como lo son los cuatro pilares de la educación: saber, saber hacer, saber ser y saber convivir. Moya (2013) establece que la educación debe fundamentarse en estos cuatro pilares de la educación porque establecen las condiciones que debe tener la persona para poder adaptarse en el entorno en el que vive y que deben desarrollarse a lo largo de las distintas etapas de la vida.

El Marco Curricular de Matemáticas provee los conceptos medulares, las estrategias de enseñanza, los modos en que aprende el estudiante y las estrategias de *assessment* que podrá utilizar el docente con el fin de alcanzar los estándares establecidos en el DEPR. También promueve el aprendizaje auténtico a través de las tareas de desempeño que cumplen con las metas de transferencia y adquisición. Además, presenta un enfoque curricular que responde a la diversidad del estudiantado utilizando la instrucción diferenciada para lograr el crecimiento académico.

Es fundamental desarrollar las destrezas y competencias que permitan a los estudiantes tener una visión comprensiva de los eventos y del mundo que los rodea, y que puedan aprender mientras hacen, y en el proceso, aprender unos de otros. Para lograr las competencias esenciales es fundamental cumplir con la meta: “Estudiante y egresado transformador, docente facilitador de la transformación, padres, madres, encargados, familiares y comunidad que participan activamente en la formación.”

Desde una perspectiva panorámica de las transformaciones vinculadas a la globalización, la sociedad de la información y el conocimiento y la crisis sistemática a nivel mundial; el DEPR valora al ser humano y sus necesidades educativas y fomenta el trabajo en equipo. Las escuelas pertenecen a las comunidades que sirven y estas deben participar en la gestión de la gobernanza escolar. También el estudiantado desde su comunidad debe asumir la responsabilidad de auto gestar el desarrollo socioeconómico, educativo, cultural y en otros ámbitos, a fin de procurar la calidad de vida y la vida buena.

El Marco Curricular del Programa de Matemáticas tiene cuatro propósitos fundamentales. Estos son:

- 1. .Establecer la visión, misión, metas, enfoques, objetivos, contenidos y estrategias de enseñanza y de aprendizaje del programa de Matemáticas**

El Programa de Matemáticas visualiza al estudiantado como un ser humano integral capaz de enfrentarse a la vida con una conciencia crítica que lo capacite para enfrentarse a los cambios y tomar decisiones adecuadas en beneficio de la sociedad; esto es, un individuo útil, responsable consigo mismo, que promueva una cultura de respeto, de diálogo y de paz. Esta visión amplia y

trasciende la acción de resolver situaciones y permite que la solución de problemas sea el medio para el desarrollo de conceptos, ideas y actitudes

Las metas y objetivos del Programa de Matemáticas se fundamentan en los valores y necesidades educativas del estudiantado, establecidas, a su vez, en las necesidades de la sociedad puertorriqueña. Estas metas se operacionalizan en el salón de clases a través del currículo de Matemáticas. Los contenidos específicos (por niveles) se expresan a través de los objetivos establecidos por el programa. La selección y la organización del contenido responde a enfoques y concepciones asumidas por el Programa en los Estándares de Contenido y Expectativas de grado (2014) y Mapas Curriculares (2014), que a su vez reflejan los métodos de enseñanza y los modos de evaluar el aprendizaje.

Los Mapas Curriculares están enmarcados en un Modelo de Instrucción con metas claves basadas en una planificación inversa. El mismo sirve como guía o modelo para impartir los procesos de enseñanza y aprendizaje en el salón de clases.

Los desafíos de incluir la tecnología en el campo educativo, nos conduce al enriquecimiento de los currículos para desarrollar una enseñanza pertinente y efectiva propia del desarrollo tecnológico de nuestros tiempos. Para apoyar esta gestión el DEPR establece una Meta TIC, la cual debe traducirse en procesos de enseñanza y aprendizaje que le permitan al estudiantado aprender basado en las necesidades del aprendiz del siglo XXI.

2. Guiar la enseñanza al currículo presentado en diversos niveles de concreción

El currículo del Programa se estructura en diferentes niveles de concreción: a) desde lo más general, lo que se estima como esencial de la disciplina para todo el estudiantado, b) hasta su nivel más específico, como lo presentan los Mapas Curriculares de cada grado. En este sentido, el Marco Curricular, es el documento que sirve de base y marco de referencia para la elaboración de los Estándares de Contenido y Expectativas de grado (2014) y Mapas Curriculares (2014) en los diferentes niveles de concreción. Estos niveles permiten que el docente, presente un currículo pertinente al estudiantado.

El currículo está estructurado en forma sistemática y secuencial. Las destrezas y los conceptos nos dirigen al logro de los estándares, las expectativas y los indicadores.

3. Guiar el desarrollo de investigaciones y la evaluación de la efectividad del currículo y del aprovechamiento académico

El propósito del currículo escolar es satisfacer las necesidades del estudiantado que responde al perfil del egresado que aspiramos formar para que



se convierta en un ciudadano productivo en la sociedad. El aprendizaje ocurre en tres dimensiones del desarrollo humano, a saber: conocimiento, destrezas, valores y actitudes. Estas áreas del desarrollo del conocimiento constituyen el aprovechamiento académico del estudiantado. Además, los procesos de aprendizaje y de enseñanza, en todas sus dimensiones, pueden ser objeto de investigación sistemática. En ambas instancias, este Marco Curricular ofrece los criterios fundamentales relacionados al marco filosófico, teórico y práctico en los cuales se debe basar la investigación-acción de los procesos educativos. La enseñanza y la evaluación son procesos mutuamente dependientes en los cuales están estrechamente relacionados, pues uno sustenta al otro. El docente proveerá actividades educativas enriquecedoras que conduzcan al nivel más elevado del pensamiento y de la misma manera evaluará el contenido curricular.

4. Orientar los procesos de preparación de docentes y desarrollo de facultad en servicio para la asignatura

El Departamento de Educación de Puerto Rico junto a las universidades que forman a los profesionales de la educación son los responsables de impartir una educación de excelencia al país. Es importante que los programas de preparación del docente estén en armonía con el perfil del profesional que requiere el Departamento de Educación; en términos de contenido, destrezas de enseñanza, valores y actitudes propias, presentes en los Estándares Profesionales del Maestro. El docente que se reclute tiene que ser capaz de transferir en el salón de clases las teorías modernas relacionadas con los procesos de enseñanza y de aprendizaje. El Departamento de Educación tendrá la responsabilidad de ubicar al personal de acuerdo a su preparación académica, sus habilidades e intereses, para que cumpla con los requisitos de un Maestro Altamente Cualificado y altamente efectivo.

Los docentes deben convertirse en agentes de cambio constructivos, incorporar estrategias innovadoras y demostrar compromiso como educadores. La meta de imagen pública del Plan Estratégico Longitudinal establece que el docente debe desarrollar, mantener y fortalecer sostenidamente una imagen de profesionalismo, alta calidad, confianza, eficiencia y efectividad. El docente facilitador de la transformación debe presentar una “cultura ética, de comunidad, de evaluación y avalúo continuo, de rendición de cuentas y transparencia, de responsabilidad social y generacional y de una política educativa holística-sistémica de vanguardia.” Por esta razón, es necesario contar con docentes que tengan conocimientos actualizados en su disciplina, así como en los nuevos enfoques educativos.

METAS DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICAS

Valores y necesidades educativas de los estudiantes y de la sociedad puertorriqueña y su relación con el estudio de las matemáticas

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación constituye un componente fundamental y dinámico del Sistema Educativo Puertorriqueño. En su función de responder a las necesidades y exigencias de la sociedad contemporánea, comparte la misión de contribuir en la formación de un ser humano educado, capaz de entenderse a sí mismo y a la sociedad en que vive. El Programa aspira a reestructurar el proceso de enseñanza de las matemáticas con una nueva visión que atienda las necesidades del estudiantado del Sistema Educativo. Entre éstas se destacan las siguientes:

1. Entender y aprender a utilizar el conocimiento matemático en todos los ámbitos de la vida. La educación es un proceso en constante ajuste y cambio, cuyo fin es mantener el equilibrio en una sociedad en continua transformación Estándares de Contenido y Expectativas del Grado (2014). Esta situación plantea la oportunidad que debe tener todo estudiante de aprender matemáticas para transferir ese conocimiento a situaciones reales; esto para, reconocer la utilidad de los procesos matemáticos en la solución de situaciones tanto comunes como complejas de su vida cotidiana.
2. Comprender la complejidad de la tecnología globalizada como un medio para comunicar, investigar, asimilar información y trabajar en equipo solidariamente. El nuevo valor económico de la información es sólo uno de los factores que propician una pronta reestructuración de modelos educativos fundamentados en los principios de la anterior era industrial: masificación, especialización, líneas de producción y otros. Es necesario establecer el balance entre la información gráfica y la contextual en modos modernos de procesamiento de información que utilizan tecnología avanzada Quintero (2010). Expone que los estudiantes deben prepararse para comprender la complejidad tecnológica de la comunicación, cuestionar, asimilar información y trabajar en equipo solidariamente.
3. Asegurar el acceso a la cultura matemática dentro del sistema escolar. La sociedad requiere de un sistema escolar que asegure a todos la oportunidad de poseer una cultura matemática, de ampliar su aprendizaje y tener igualdad de oportunidades para aprender, con el fin de desarrollar ciudadanos bien informados, capaces de comprender los continuos cambios de una sociedad tecnológica Quintero (2010).



4. Desarrollar destrezas que capaciten al ciudadano para los procesos diarios de la toma de decisiones. Las matemáticas son un lenguaje universal que mediante el uso de símbolos nos llevan al pensamiento crítico, a la reflexión, a la valoración, a la toma de decisiones y a la conexión con situaciones para entender el mundo físico que nos rodea.

En esta sociedad, trabajar pensando críticamente es más importante que trabajar con mayor esfuerzo físico. Por consiguiente, se necesitan ciudadanos preparados para:

- a) solucionar problemas
- b) razonar lógicamente
- c) transferir lo aprendido a situaciones nuevas
- d) asimilar los cambios tecnológicos y sociales
- e) tomar decisiones adecuadamente
- f) trabajar en equipo
- g) ejercitar el auto aprendizaje.

Visión del Programa de Matemáticas

El Programa de Matemáticas visualiza al estudiante y egresado como un ser humano integral que posee el conocimiento válido (saber) y es capaz de transmitirlo, soluciona problemas y toma decisiones adecuadas en beneficio de la sociedad (sabe hacer), pensador sistémico, aprendiz para toda la vida, comunicador efectivo, emprendedor, ético, capaz de enfrentarse a la vida con una conciencia crítica que lo capacite como ciudadano global y productivo (saber ser), miembro activo de diversas comunidades y procurador de una sana convivencia, que promueva una cultura de respeto, de diálogo y de paz (saber convivir).

Misión del Programa de Matemáticas con relación a los valores y necesidades de los estudiantes

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación tiene como misión fundamental contribuir al desarrollo integral del estudiante, propiciando experiencias de aprendizaje que lo capaciten en el razonamiento para la solución de problemas y toma de decisiones de la vida. La solución de problemas y la contextualización de la enseñanza como estrategias del aprendizaje amplían y trascienden la mera acción de realizar procesos para el desarrollo de conceptos, ideas, y actitudes.

En la enseñanza de Matemáticas proveerán los modelos que faciliten, no solo la comprensión y solución de problemas de naturaleza cuantitativa, cualitativa y espacial, sino que ha de servir de vehículo principal para el desarrollo de las destrezas de pensamiento desde una perspectiva crítica, constructiva y creativa.

Metas a alcanzar para cumplir con la misión de satisfacer los valores y necesidades

El Departamento de Educación de Puerto Rico tiene como meta formar ciudadanos que cumplan con el Perfil del Estudiante Graduado de Escuela Superior. Las metas para la educación en matemáticas describen la aportación que hace el currículo a la formación de ciudadanos de provecho y seres humanos integrales. Se aspira a que, mediante la implantación de un currículo flexible, pertinente y la contribución del docente como facilitador del proceso de aprendizaje, el estudiante:

1. Se desarrolle como un ser humano integral capaz de:

- utilizar efectivamente la tecnología y la información que recibe.
- pensar críticamente.
- transferir y aplicar sus conocimientos adquiridos a situaciones a nuevas y diversas comunicarse con efectividad.
- valorar las acciones positivas.
- desarrollar el emprendimiento

2. Practique procesos efectivos para solucionar problemas y así:

- identificar supuestos y circunstancias.
- organizar y manejar información.
- diseñar e implementar estrategias para la solución de problemas.
- validar y comunicar los resultados.

3. Aplique el conocimiento y las destrezas adquiridas para:

- tomar decisiones.
- argumentar y evaluar opciones.
- describir, controlar o modificar su ambiente.
- producir información y encontrarle valor útil.

4. Demuestre una actitud crítica, imaginativa y creadora al analizar situaciones diarias, que le permitan:

- apreciar los valores positivos de nuestra sociedad.
- ser solidario en ambientes cotidianos.
- tener un sentido de pertenencia y compromiso de su contexto histórico-social

Perfil del estudiante graduado de escuela superior de Puerto Rico

El perfil del estudiante del siglo XXI desarrollado por el Instituto de Política Educativa para el Desarrollo Comunitario (IPEDCO, 2009) enfatiza cinco competencias esenciales para el desarrollo holístico del estudiante graduado de escuela superior de Puerto Rico. Esto significa que, al finalizar sus años de



escolaridad, los alumnos contarán con un cimiento sólido en estas cinco competencias que le servirán para ejercer una ciudadanía responsable, democrática y satisfactoria en sus contextos personales, laborales, académicos y sociales. Estas competencias son:

El estudiante como aprendiz

- Identificará fortalezas, talentos, áreas de interés y dificultades para superar sus retos de aprendizaje.
- Demostrará conocimiento de la relación entre las disciplinas estudiadas al establecer conexiones entre los diversos campos del saber.
- Pensará críticamente, analizará desde diversos puntos de vista y utilizará creativamente su conocimiento.

Dominará las destrezas de razonamiento matemático y sus aplicaciones.

- Dominará la tecnología como herramienta para acceder, analizar y aplicar la información.
- Reconocerá que el aprendizaje es un proceso continuo y de autoevaluación que se extiende a lo largo de toda la vida.
- Dominará y aplicará los procesos de pensamiento científico y de solución de problemas.

El estudiante como comunicador efectivo

- Escuchará de manera efectiva y con intención de comprender para clarificar, sintetizar, entender la diversidad y crear nueva información.
- Hablará de manera efectiva, asertiva, respetuosa y empática.
- Leerá en español con fluidez y comprensión textos diversos, con actitud apreciativa y crítica.
- Escribirá en español diversidad de textos significativos y adecuados en y para diversidad de contextos comunicativos para expresar ideas, pensamientos y sentimientos de manera organizada, creativa y con estilo propio.
- Se expresará con propiedad, seguridad y significación de forma oral y escrita, y leerá con fluidez y comprensión en inglés.
- Demostrará habilidad y disposición para comprender y usar con significación y adecuación otros idiomas.
- Apreciará la ética y la estética de la tecnología y el arte como medios de expresión.



El estudiante como emprendedor

- Se esforzará para conseguir sus metas y se regirá por un alto nivel de calidad y productividad.
- Enfrentará nuevos retos de manera crítica y creativa de forma individual y colectiva.
- Demostrará ingenio y aptitud empresarial.
- Participará efectivamente en equipos de trabajo y desarrollará redes en el mundo laboral y comunitario.
- Se adaptará a las nuevas exigencias de su ambiente local y mundial.
- Demostrará destrezas de economía y planificación financiera.

El estudiante como miembro activo de diversas comunidades

- Actuará como un ciudadano responsable, independiente, interdependiente, solidario y productivo socialmente.
- Conocerá, respetará y valorará su cultura, su identidad nacional y su patrimonio natural.
- Conocerá, respetará y valorará la cultura de otros países.
- Promoverá el bienestar común en sus comunidades, el país y el planeta.
- Respetará y defenderá los procesos democráticos, los derechos humanos, la diversidad y las libertades de todas las personas.
- Examinará las situaciones actuales con información que apoye sus posiciones y acciones.
- Apoyará gestiones que protejan el ambiente y la calidad de vida en su comunidad, en su país y en el planeta.

El estudiante como ser ético

- Maximizará sus virtudes y talentos.
- Se guiará por valores y principios éticos.
- Reconocerá que los cambios son parte de la vida.
- Asumirá responsabilidad ética por la adquisición y uso de bienes y recursos.
- Manejará el conflicto de forma analítica, creativa, constructiva y no violenta.
- Atesorará su salud y optará por un estilo de vida sana.



Estas competencias van dirigidas a convertir al estudiante en un ciudadano responsable, democrático y eficaz en su desempeño personal, laboral, académico y social.

PRINCIPIOS EPISTEMOLÓGICOS, AXIOLÓGICOS, ONTOLÓGICOS, SOCIALES Y CULTURALES

Construcción del conocimiento

El conocimiento consiste en la construcción de una estructura coherente en la que se pueden ubicar datos y destrezas específicas, no en la mera acumulación de datos o destrezas aisladas (Treffers, 2012). La visión del programa de matemáticas está centrada en los principios que rigen los procesos de: pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar con el propósito de que el estudiantado demuestre conocimiento matemático.

Los contenidos se presentan a partir de problemas, situaciones y actividades con sentido, tales que permitan a los estudiantes generar conjeturas, analizarlas con sus compañeros y poner en juego, de manera consciente, los conocimientos matemáticos adquiridos con anterioridad. Valiente (2000), Pifarré y Sanuy (2001), expresa que la tarea de solución de problemas representa “una parte esencial en la enseñanza activa de las matemáticas, que permite al estudiantado abordar y resolver un problema, de manera que pueda experimentar la satisfacción personal que recompensa el esfuerzo realizado”. Esto sobrepasa la acción rutinaria y mecánica de la solución de ejercicios y sumerge al estudiante en un proceso de búsqueda, análisis, reflexión y toma de decisiones, durante el proceso de solución del problema, lo que promueve el desarrollo de capacidades y habilidades del estudiantado, así como una actitud positiva hacia el proceso que involucra la tarea de solucionar problemas.

Esta situación puede afrontarse de diferentes maneras. Una de ellas es el currículo integrado, considerando una revisión del conocimiento escolar; el estudiantado y su relación con la realidad social Marco Curricular (2003). El currículo integrado es visualizado como un rumbo y una opción para enfrentarse a los desafíos y exigencias de una sociedad en continuo proceso de cambio. Estos destacan el esfuerzo que debe realizarse para dejar de trabajar el currículo de manera fragmentada y buscar puentes que permitan construir proyectos curriculares en los que el énfasis no sean los contenidos, sino la manera de relacionarse con ellos y entre ellos. Drake (1998) señala, aunque el currículo integrado no es una panacea, ciertamente es un enfoque que puede atender: la reducción y la duplicidad de destrezas y conceptos de diversas disciplinas; un mayor grado de pertinencia para los estudiantes, dándoles un contexto de su realidad cotidiana; una visión holística o integradora por parte del



estudiante de los temas y conceptos tratados, en lugar de ver un cuadro fragmentado de su realidad. En resumen, el currículo integrado permite adaptar o atemperar la enseñanza de destrezas interdisciplinarias de vida a las necesidades y exigencias personales, sociales, tecnológicas y económicas del siglo XXI. Lo anterior expuesto establece las condiciones idóneas donde la persona podrá adaptarse al entorno en el que vive y que deben desarrollarse a lo largo de las distintas etapas educativas en las cuales la persona aprenderá a saber, saber hacer, saber ser y saber convivir (Moya, 2013). Lo cual sirve de base y guía en la creación de los mapas curriculares. Además, el Departamento de Educación de Puerto Rico tiene como primordial propósito el preparar estudiantes para ser sensible, competente, creativo, autogestionario y emprendedor, y para que se desempeñen con éxito en la sociedad, en el contexto de una economía globalizada, de manera que pueda enfrentar los retos individuales y colectivos del mundo.

Fundamentos generales de la Matemática como disciplina

La Matemática como disciplina, así como otras fuentes del conocimiento, se ha dividido en estándares de contenido y procesos para juzgar la calidad del contenido curricular. Estos conceptos generadores abarcan: numeración y operación, la medición, el álgebra, la geometría, las funciones y el análisis de datos y probabilidad. El desarrollo del conocimiento matemático generalmente no reconoce fronteras entre estos conceptos y aprovecha al máximo las ventajas de sus representaciones en forma integrada y coherente.

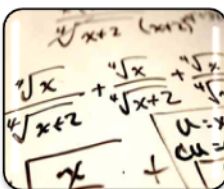
La matemática escolar debe demostrar efectivamente la interdependencia entre los estándares para romper el esquema tradicional de una disciplina fragmentada a una disciplina integrada a través de un contexto. Se debe fomentar la integración del conocimiento matemático e identificar temas centrales que brinden coherencia al estudio progresivo de los contenidos, con las herramientas que provee cada disciplina. El estudio de las matemáticas tratará recurrentemente los conceptos fundamentales de las disciplinas con diferentes niveles de profundidad, establecerá conexiones y propiciará la integración entre ésta y otras áreas. La rigurosidad de estos procesos se plasma en la etapa I, II y III de cada unidad de los mapas curriculares. Los mapas curriculares son herramientas esenciales para todo docente.

El Programa de Matemáticas desde Pre K hasta el duodécimo grado debe permitir a todos el estudiantado a:



Numeración y Operación

Entienda y aplique los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos.



Álgebra

Realice y represente operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplear números, variables y signos para resolver problemas.



Geometría

Identifique formas y dimensiones geométricas y utilice el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.



Medición

Aplique correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.



Análisis de Datos y Probabilidad

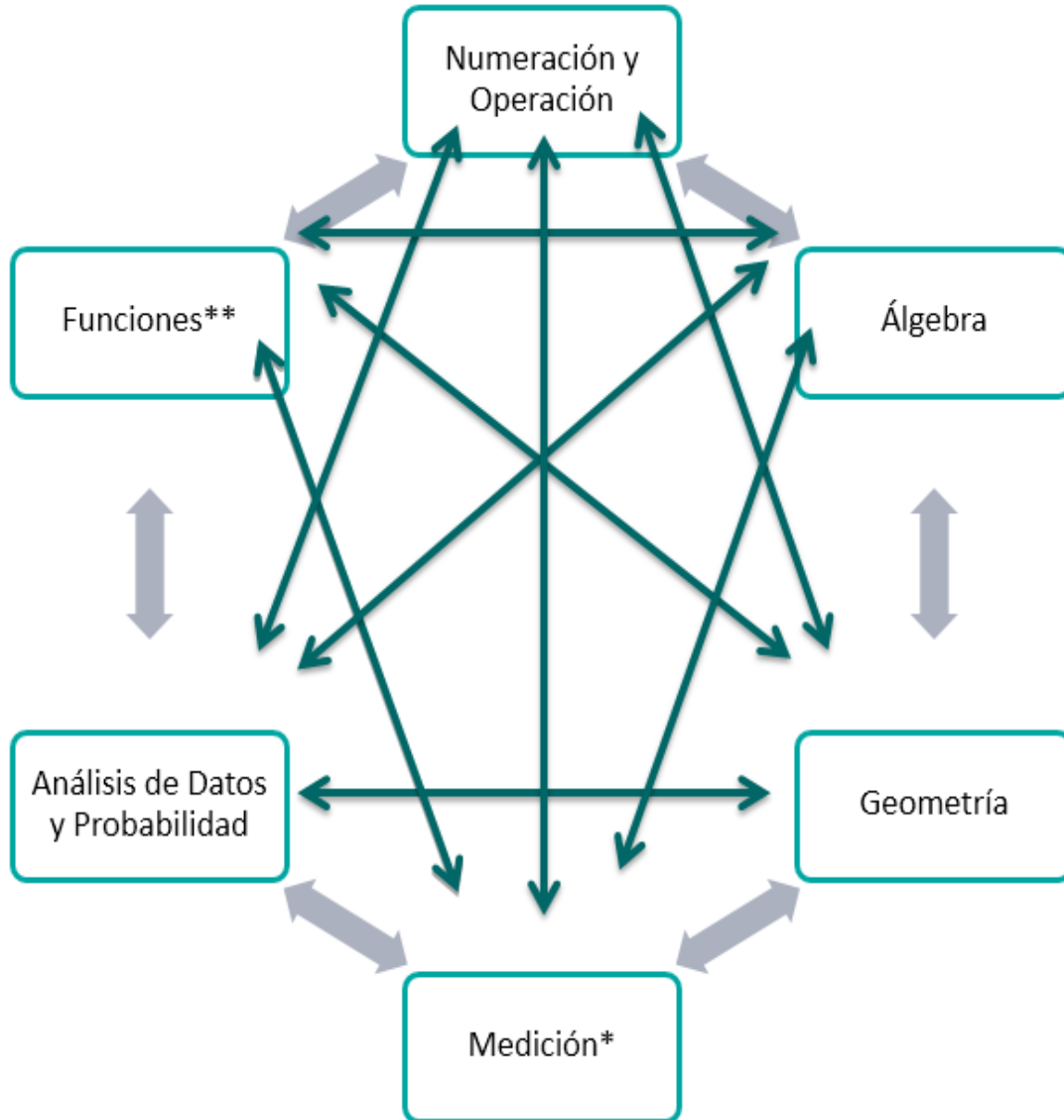
Aplique diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir, hacer inferencias y predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.



Funciones

Entienda, interprete, analice y construya modelos de diversos funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos complejos de la vida diaria.

El siguiente diagrama presenta los estándares de contenido para los niveles primarios y secundarios. En el mismo se evidencia que el estándar de Funciones se incorpora en el nivel secundario (Escuela Superior) y el estándar de Medición se integra en los restantes estándares en dicho nivel.



* Estándar de Medición es integrado en la Escuela Superior.

** Estándar de Funciones se trabaja en la Escuela Superior.

Enfoque de la disciplina



El Programa de Matemáticas reconoce los desafíos de aprendizaje a los que se enfrentan los docentes, según la diversidad de intereses y necesidades del estudiantado que conforma la generación del siglo XXI. Entre estos retos se destacan: la habilidad de comunicar efectivamente el significado del porqué; la pertinencia de lo que se está estudiando; la gran cantidad de conceptos que el estudiantado debe aprender; así como la variedad de temas que funcionan como piezas interconectadas necesarias para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje. Para enfrentar con éxito estos desafíos, el proceso educativo que guiará las experiencias de aprendizaje en la sala de clases será la estrategia de enseñanza contextualizada con enfoque en la solución de problemas. Esto propone una enseñanza basada en contextos interesantes y pertinentes para el educando, a la vez que lo convierte en un pensador crítico. Este enfoque centrado en el estudiantado busca promover lo siguiente:

1. Mejorar los métodos de enseñanza-aprendizaje al contextualizar los mismos con situaciones de la vida real.
2. Rediseñar los materiales educativos de acuerdo con los estilos de aprendizaje de los alumnos.
3. Realizar conexiones entre las disciplinas, de manera que el estudiantado puedan integrar y aplicar los conceptos de la materia.
4. Ofrecer un contenido pertinente para el estudiantado que cumpla con los intereses, necesidades y capacidades de acuerdo a su entorno real. Este enfoque propicia el desarrollo de las destrezas del siglo XXI tales como: solución de problemas, pensamiento crítico, creatividad, innovación, colaboración y comunicación que responda a las necesidades de este mundo globalizado.
5. Mantener el rigor en los cursos, ofrecer ejemplos y actividades del mundo real con aplicaciones, de modo que permita al estudiantado adquirir y transferir el nuevo conocimiento.

Según plantean Guzmán y Cuevas (2004), las matemáticas tienden a ejercerse de una forma rutinaria y descontextualizada. Cuando al estudiantado se le propone resolver un problema no rutinario o la solución no obedece al esquema en el cual es enseñado, aplican los algoritmos de manera mecánica, llegan a soluciones inverosímiles y son incapaces de ver el error.

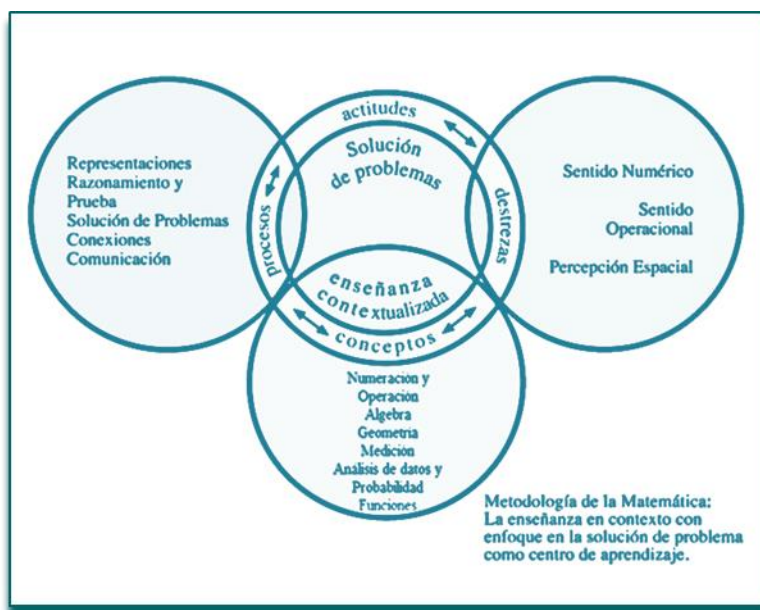
Según la teoría del aprendizaje contextual, este tiene lugar solo cuando el alumno procesa información y conocimientos nuevos, de tal manera que le da sentido en su marco de referencia. Su mente busca en forma natural el significado del contexto, asimilando relaciones que tengan sentido y parezcan ser útiles. El docente por su parte, debe diseñar experiencias de aprendizaje que incorporen diferentes actividades de experiencias sociales, culturales, físicas y psicológicas, dirigidas a los resultados de aprendizaje deseados Estándares de Contenido y Expectativas de Grado (2014).

De igual forma, esta estrategia de enseñanza contextualizada debe estar enmarcada en el enfoque de solución de problemas. Al analizar las mejores prácticas internacionales en países como Singapur, Finlandia y Japón se observa un factor común: todas enfocan su atención en que el estudiantado desarrolle un entendimiento matemático profundo, definido como el equilibrio apropiado entre la comprensión de conceptos y destrezas de procedimiento así como la solución de problemas, con especial énfasis en la aplicación. Por ejemplo, según la metodología de la Matemática en Singapur, la solución de problemas es el centro del aprendizaje matemático. En su marco conceptual se consideran cinco componentes principales que se interrelacionan. Estos componentes son: conceptos, destrezas, procesos, actitudes y metacognición. Esto ha garantizado que el estudiantado desarrolle las competencias necesarias para el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas.

El Programa de Matemáticas plantea el diseño de un currículo en forma espiral en el que cada tema sea revisado y aumentado en profundidad de un nivel a otro. Esto permitirá que el estudiantado consolide los conceptos y habilidades aprendidas, y que desarrollen aún más sus destrezas en la solución de problemas. El desarrollo holístico de este modelo debe contener como indicador clave un enfoque en las actitudes. Para que un alumno sea exitoso debe desarrollar una actitud positiva hacia las matemáticas, tener confianza para perseverar, y desarrollar la capacidad de controlar su propio pensamiento.

Teniendo en cuenta las mejores prácticas identificadas alrededor del mundo como claves del aprendizaje de las matemáticas, se propone el siguiente modelo representativo que incluye la solución de problemas y la enseñanza contextualizada como estrategias de base científica para el desarrollo del currículo.

La meta de la educación en el siglo XXI no es simplemente el dominio del conocimiento, sino el dominio del aprendizaje (Centro para la Tecnología Especial Aplicada, CAST, 2008)⁶. Es importante el desarrollo de un currículo que reduzca las barreras de aprendizaje y proporcione apoyo para alcanzar las necesidades individuales de todos los aprendices. Una gran visión que complementa el Modelo





para la Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas en la figura anterior es el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA).

El DUA establece un conjunto de principios para desarrollar el currículo, de manera que tenga espacio la diversidad, y en los que las tecnologías puedan tener un lugar relevante para proporcionar respuestas didácticas para todo el estudiantado, brindando igualdad de oportunidades para aprender (CAST, 2011).

La presencia del Diseño Universal para el Aprendizaje en el ámbito educativo ha generado gran interés. Recientemente, este diseño fue definido en el Acta para la Educación Superior de Estados Unidos (*Higher Education Opportunity Act*) como “un marco científicamente válido para guiar la práctica educativa” el cual: (a) proporciona flexibilidad en las formas de presentar la información a los alumnos, las formas de responder o demostrar conocimientos y habilidades, y en las formas en que los alumnos se pueden implicar en este proceso, y (b) reduce las barreras en la enseñanza, ofrece adaptaciones apropiadas, apoyos, retos y mantiene altas expectativas de logro para todo el estudiantado, incluidos los alumnos con discapacidades y el estudiantado con dominio limitado del inglés” (*US Department of Education*, 2008, p. 24).

El DUA ayuda a estar a la altura del reto de la diversidad sugiriendo materiales de instrucción flexibles, técnicas y estrategias que den poder a los educadores para atender y reconocer estas múltiples necesidades. De esta manera, garantizamos una educación inclusiva en la que el conocimiento está al alcance de todos los estudiantes sin importar sus limitaciones ya sean físicas o intelectuales. Así pues, el Programa de Matemáticas, consciente de la diversidad e inspirado en los planteamientos de una metodología educativa y un diseño que esté a la altura del estudiantado del siglo XXI, proporcionará oportunidades de aprendizaje mediante un currículo inclusivo y eficaz para todo el estudiantado.

Conceptos, procesos y actitudes

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas deben concentrarse en la solución de problemas pertinentes a la realidad del estudiantado, recalcando el proceso que comienza desde la propia consideración del problema hasta la evaluación de las implicaciones que tiene su solución. Esta visión trasciende la mera acción de resolver problemas y permite que la solución sea el medio para el desarrollo de conceptos, destrezas y actitudes. Con el propósito de que el estudiantado alcance literacia necesaria en matemática, la visión de este Programa está centrada en los principios que rigen los procesos de:



En los Estándares de Matemáticas se describen varias destrezas que los docentes de esta materia de todo nivel deben desarrollar en su estudiantado. Estas se basan en procesos y destrezas de gran importancia en la enseñanza de las Matemáticas. Primero se encuentran los estándares de procesos para la resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación, representación y relaciones. Luego, las categorías de dominio descritas en el informe del Consejo Nacional de Investigación *Adding It Up*: razonamiento adaptativo, dominio estratégico, comprensión conceptual (comprensión de



conceptos, operaciones y relaciones matemáticas), fluidez de procedimientos (habilidad para desarrollar procedimientos de manera flexible, con precisión, eficacia y de modo adecuado) y actitud productiva (inclinación habitual de percibir que las matemáticas son útiles, que valen la pena, y a estar comprometidos con aplicarse y ser eficaces).

A continuación, se describen los procesos y competencias fundamentales que se aspira desarrollar a través del currículo de Matemáticas:

Al egresar el estudiante de la escuela hacia los estudios postsecundarios y el mundo profesional:	
<p>Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.</p>	<p>Los estudiantes que dominan las matemáticas empiezan por explicarse a sí mismos el significado de un problema y buscan maneras de comenzar a resolverlo. Analizan la información disponible, las restricciones, las relaciones y los objetivos. Forman conjeturas acerca de la forma y el significado que puede tener la solución, y piensan en un proceso o estrategia para llegar a la solución en lugar de tratar de solucionar el problema desde el comienzo.</p> <p>Tienen en cuenta problemas análogos y ensayan casos más sencillos y ejemplos más simples del problema original para explorar algunas vías de resolución. Controlan y evalúan su progreso y, de ser necesario, buscan otra vía. Según el contexto del problema, los estudiantes mayores pueden transformar expresiones algebraicas o cambiar la configuración de pantalla en su calculadora gráfica con el fin de obtener la información que necesitan. Estos estudiantes que dominan las matemáticas están en condiciones de explicar correspondencias entre ecuaciones, descripciones verbales, tablas y gráficas, dibujar diagramas de características y relaciones importantes, graficar datos y buscar tendencias o regularidades.</p> <p>Los estudiantes más jóvenes pueden buscar apoyo usando objetos concretos o imágenes para ayudarse a conceptualizar y resolver problemas. Los estudiantes más avanzados verifican sus respuestas usando otros métodos y se preguntan constantemente: “¿Esto tiene sentido?”. Ellos pueden comprender el enfoque de otras personas para resolver problemas complejos e identificar</p>

Al egresar el estudiante de la escuela hacia los estudios postsecundarios y el mundo profesional:	
	correspondencias entre diferentes perspectivas.
<p>Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.</p>	<p>Los estudiantes que dominan las matemáticas le encuentran sentido a las cantidades y sus relaciones en el contexto de un problema. Usan dos destrezas complementarias en problemas que involucra relaciones cuantitativas: la habilidad para <i>descontextualizar</i>, es decir, abstraer una situación dada y representarla simbólicamente, y manipular los símbolos como si tuvieran vida propia sin prestarle atención necesariamente a sus referentes; y la habilidad de <i>contextualizar</i>, hacer las pausas durante el proceso de manipulación con el fin de penetrar en los referentes de los símbolos involucrados.</p> <p>El razonamiento cuantitativo incluye el hábito de crear una representación coherente del problema en cuestión, tener en cuenta las unidades involucradas, prestar atención al significado de las cantidades y no solamente calcularlas, y conocer y usar diferentes objetos y propiedades de las operaciones con flexibilidad.</p>
<p>Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.</p>	<p>Para construir argumentos, los estudiantes que dominan las matemáticas conocen y usan supuestos explícitos, definiciones y resultados previos. Hacen conjeturas y construyen una progresión lógica de planteamientos para explorar la veracidad de sus conjeturas. Son capaces de analizar situaciones descomponiéndolas en casos, y pueden reconocer y usar contraejemplos. Justifican sus conclusiones, se las comunican a los demás y responden a los argumentos de otras personas.</p> <p>Razonan de manera inductiva acerca de los datos, y construyen argumentos viables que tienen en cuenta el contexto de donde provienen dichos datos. También son capaces de comparar la eficacia de dos argumentos posibles, diferenciar lógicas o razonamientos correctos de aquellos que presentan fallas, y si existen fallas en un argumento, explicar cuáles son. Los estudiantes de escuela elemental pueden construir argumentos usando referentes concretos, como objetos, dibujos, diagramas y acciones. Dichos argumentos pueden tener sentido y estar correctos, aunque no sean generales y no se</p>



Al egresar el estudiante de la escuela hacia los estudios postsecundarios y el mundo profesional:	
	<p>formalicen sino en los grados siguientes.</p> <p>Más adelante, los estudiantes aprenden a determinar los dominios en que es aplicable un argumento. En todos los grados, los estudiantes pueden escuchar o leer los argumentos de los demás, decidir si tienen sentido y formular preguntas útiles para aclararlos o mejorarlos.</p>
<p>Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.</p>	<p>Los estudiantes que dominan las matemáticas piensan en todas las herramientas que tienen a su disposición cuando van a resolver un problema. Las herramientas pueden ser lápiz y papel, modelos concretos, una regla, un transportador, una calculadora, una hoja de cálculo, un sistema algebraico computacional, un paquete estadístico o <i>software</i> de geometría dinámica. Estos estudiantes están familiarizados con las herramientas apropiadas para su curso o grado, para así tomar decisiones correctas sobre cuál de todas podría ser la más útil; saben cómo las pueden usar y cuáles son sus limitaciones. Por ejemplo, el estudiante de secundaria que domina bien las matemáticas, analiza las gráficas de funciones y las soluciones que genera una calculadora gráfica.</p> <p>Detectan los posibles errores estimando estratégicamente y aplicando otros conocimientos matemáticos. Al hacer modelos matemáticos, saben que la tecnología les permite visualizar los resultados de diferentes supuestos, explorar consecuencias y comparar predicciones con los datos. Los estudiantes avanzados de diversos grados son capaces de identificar recursos matemáticos externos que son relevantes como contenidos digitales que se encuentran en algún lugar de la red y los usan para plantear o resolver problemas. Pueden usar herramientas tecnológicas para explorar y profundizar conceptos.</p>
<p>Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.</p>	<p>Los estudiantes que dominan las matemáticas buscan comunicarse con precisión con otras personas. Usan definiciones claras cuando discuten con otros y en su propio razonamiento. Explican el significado de los símbolos que escogen, incluido el uso correcto y apropiado del signo igual. Se fijan bien cuando especifican unidades de medición y cuando rotulan ejes</p>

Al egresar el estudiante de la escuela hacia los estudios postsecundarios y el mundo profesional:	
	<p>para clarificar la correspondencia entre cantidades de un problema. Hacen cálculos precisos y expresan bien las respuestas numéricas con el grado de precisión que requiere el contexto del problema. En los grados elementales, los estudiantes elaboran explicaciones cuidadosas para sus compañeros. Cuando llegan a la escuela secundaria, habrán aprendido a analizar afirmaciones y a hacer uso explícito de las definiciones.</p>
<p>Discierne y usa patrones o estructuras.</p>	<p>Los estudiantes que dominan las matemáticas observan con cuidado para identificar patrones o estructuras. Por ejemplo, los estudiantes jóvenes podrían darse cuenta de que tres y siete más, es la misma cantidad que siete y tres más o pueden ordenar una colección de figuras según el número de lados que tengan.</p> <p>Más adelante, aprenderán que 7×8 es igual al ya conocido $7 \times 5 + 7 \times 3$, como preparación para estudiar la propiedad distributiva.</p> <p>En la expresión $x^2 + 9x + 14$, los alumnos mayores pueden ver que 14 es 2×7 y <i>que</i> 9 es $2 + 7$.</p> <p>Reconocen la importancia de las líneas en las figuras geométricas y pueden usar la estrategia de dibujar una línea auxiliar para resolver problemas. También pueden mirar atrás para obtener una visión general y cambiar su perspectiva.</p> <p>Pueden ver cosas complicadas como algunas expresiones algebraicas, como si se tratara de objetos simples o compuestos por varios objetos. Por ejemplo, pueden ver $5 - 3(x - y)^2$ como 5 menos un número positivo por un cuadrado y darse cuenta de que su valor no puede ser más de 5 para números reales cualesquiera x y y.</p>



Al egresar el estudiante de la escuela hacia los estudios postsecundarios y el mundo profesional:

Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.

Los estudiantes que dominan las matemáticas se dan cuenta si hay cálculos que se repiten y buscan métodos generales y atajos. Los estudiantes de los últimos grados de la escuela elemental podrían darse cuenta que al dividir 25 entre 11 están repitiendo el mismo cálculo una y otra vez, y concluir, por consiguiente, que tienen un decimal periódico. Al observar el cálculo de una inclinación para corroborar constantemente si hay puntos en la recta que pasa por (1, 2) con inclinación 3, los estudiantes de la escuela intermedia podrían abstraer la ecuación

$(y - 2)/(x - 1) = 3$. El notar la regularidad en que se cancelan términos al ampliar

$$(x - 1)(x + 1), (x - 1)(x^2 + x + 1),$$

y $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ podría llevarlos a la fórmula general para la suma de una serie geométrica. A medida que trabajan para solucionar un problema, los alumnos que dominan las matemáticas están siempre pendientes del proceso, sin olvidar los detalles. Evalúan constantemente la lógica de sus resultados intermedios.



CONTENIDO CURRICULAR, PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

Objetivos generales del aprendizaje

Por medio de la implementación de un currículo flexible, riguroso y pertinente, el Programa de Matemáticas trabaja para que el estudiantado:

- Comprenda y aplique los conceptos y relaciones matemáticas fundamentales.
- Replique las destrezas matemáticas, y de pensamiento crítico para su crecimiento personal y profesional.
- Aplique destrezas de solución de problemas en diferentes entornos de la vida que permitan el trabajo en equipo y esto a su vez le convierta en un ciudadano útil y productivo en la sociedad.
- Se actualice con los nuevos avances tecnológicos que facilitan las tareas diarias en la sala de clase y en el mundo del trabajo.
- Valore con actitud positiva, comprensión y aprecio la contribución de las matemáticas en la evolución y el progreso de la civilización.
- Sea productivo, creativo y emprendedor al tener que lidiar en este mundo competitivo.
- Haga conexiones entre los temas transversales y el contenido a través de situaciones del diario vivir.
- Desarrolle una conducta ética basada en valores de dignidad y solidaridad (justicia, confiabilidad, respeto, bondad, responsabilidad y civismo) entre otras.
- Se forme como un ciudadano para la vida buena basada en la justicia social que promueva condiciones óptimas y dignas cimentadas en la lucha y el trabajo. A su vez, tenga como propósito concienciarlo a que pertenece a su especie y desarrolle su espíritu para beneficio propio y de la sociedad humana.

Objetos (fuentes) para el estudio del contenido

Las disciplinas académicas

El estudiante, su entorno, su desarrollo social, histórico-cultural y sus necesidades son los objetos y fuentes de estudio en el Programa de Matemáticas. En cada una de las disciplinas, los conceptos, destrezas y actitudes están relacionados con las áreas de contenido en cada nivel. Las disciplinas académicas se establecen a lo largo de la historia y, una vez constituidas institucionalmente, se distingue por tener un objeto particular de estudio y poseer un bagaje de conocimientos especializados sobre ese objeto, con teorías y conceptos que lo organizan, con lenguajes especializados, métodos y presencia institucional. (Krishnan, 2009).



De acuerdo con la teoría cognitiva propuesta por Ausubel (1978), el aprendizaje que se produce en un contexto educativo donde predominan los procesos de enseñanza-aprendizaje ocurre a partir de los conceptos formados en la vida cotidiana. Además, se aspira a que el estudiante desarrolle destrezas de solución de problemas, investigación, comunicación y trabajo en equipo, de forma contextualizada que le permitan convertirse en un ciudadano útil y productivo en la sociedad e interactúe con los adelantos tecnológicos en el mundo del trabajo.

La experiencia del estudiante y su proceso de desarrollo

El currículo debe proveer al estudiantado experiencias de aprendizaje que ilustren y faciliten la integración entre conceptos, principios y procesos de la matemática.

La meta del Programa va dirigida a lograr que todos los alumnos adquieran y actúen sobre el conocimiento al nivel estipulado por los estándares curriculares de matemáticas, y a la vez, se desarrollen como seres humanos integrales. Sin embargo, existen estudiantes con necesidades especiales que requieren atención especial a través de experiencias variadas de aprendizaje. Por esta razón, es imperativo que los docentes desarrollen sus clases utilizando la instrucción diferenciada para que se atiendan las necesidades particulares del estudiantado.

Existen varias causas por las cuales el estudiantado puede experimentar dificultades para aprender en algunas etapas de su vida escolar. Algunas causas internas son:

- Alteraciones en el desarrollo intelectual
- Alteraciones del lenguaje y la capacidad psicomotora
- Alteraciones neurológicas
- Perturbaciones emocionales
- Falta de motivación (intrínseca).

Algunos factores externos que afectan el aprendizaje son:

- Problemas socio ambientales
- Ausentismo escolar
- Enseñanza inadecuada
- Falta de motivación (extrínseca).
- Problemas familiares



Por consiguiente, se proveerán experiencias de enriquecimiento para atender estas dificultades, una vez que se haya identificado la causa específica. Se enfatizará, por lo tanto, en el diagnóstico de las causas para aplicar un tratamiento efectivo que evite el rezago. Este enfoque de prevención puede lograrse con varias estrategias y acciones, entre las que se pueden señalar:

- Tutorías
- Materiales educativos suplementarios
- Atención a los aspectos de autoestima y motivación
- Ayuda individualizada
- Trabajo en grupos pequeños, trabajo entre pares.
- El uso de materiales concretos que ayuden al estudiante “**matematizar**” (construcción de la estructura matemática).
- Uso de enseñanzas lúdicas

Todos los esfuerzos deben ir dirigidos a atender los problemas identificados, de modo que el estudiante continúe con el desarrollo del conocimiento y las actitudes que le permitan cumplir con el aprendizaje adecuado según se estipula en los estándares, expectativas, indicadores y mapas curriculares de matemáticas.

Por otro lado, existen estudiantes que desde temprano en su vida escolar demuestran un alto rendimiento o talento especial para el aprendizaje de las matemáticas. Por consiguiente, es importante mantener un nivel adecuado de motivación y de reto entre estos estudiantes identificados como talentosos. Para este propósito, es preciso proveer un currículo diferenciado que atienda de una manera particular las necesidades de esta población. Entre las experiencias que se deben incorporar, se sugieren las siguientes:

- Proyectos de investigación
- Cursos de nivel avanzado
- Seminarios sobre temas especiales
- Competencias de matemáticas
- Trabajo en grupos pequeños, trabajo entre pares
- El uso de modelos que ayuden al estudiante a “**matematizar**” (construcción de la estructura matemática)
- Enseñanza a distancia (cursos en línea).

El contenido específico de estas experiencias debe armonizarse con la rigurosidad que se requiere de un nivel (grado) a otro.



Contexto histórico cultural del estudiante

El estudiantado del sistema de enseñanza pública posee características socioculturales que distinguen unos de otros. De esta manera comparten diferentes contextos socioculturales que hacen que sus experiencias y necesidades sean particulares. El Programa de Matemáticas, consciente de las características y particularidades del estudiantado, aspira a implantar un currículo ágil, flexible y pertinente que contextualice su ambiente inmediato.

Para entender los conceptos más allá de una clasificación de una disciplina en particular, hay que integrar contextos variados y pertinentes. De este modo, el aprendizaje se transforma en uno más significativo. Las conexiones conceptuales y de destrezas se hacen transparentes para el estudiante, y la aplicación del conocimiento a nuevas situaciones surge con más facilidad y de modo natural.

Estándares de Contenido de la Asignatura

Los Estándares de Contenido y las Expectativas por Grado 2014, *Puerto Rico Core Standards*, representan un currículo de alto rigor que integra los saberes esenciales del profesional del siglo XXI: saber, saber hacer, saber ser y saber convivir. La implementación efectiva de nuestros estándares, junto a diferentes metodologías orientadas a atender las necesidades del aprendiz del siglo XXI, le proveerán a nuestros estudiantes experiencias académicas dentro y fuera de la sala de clases que ampliarán su visión de futuro para que puedan establecer metas a corto, mediano y largo plazo para su transición efectiva y exitosa al mundo del trabajo y la universidad. Para lograr este propósito el Departamento de Educación, trabaja en toda una reforma educativa que va dirigida a atender las necesidades diferenciadas de nuestros estudiantes. Tanto nuestro currículo como nuestros materiales curriculares apoyan la construcción del ser humano integral capaz de transformar nuestra sociedad.

Nuestro currículo les permitirá a los estudiantes a identificar sus fortalezas y atender las áreas de oportunidad que los llevarán a desarrollar las competencias necesarias para que sean ciudadanos de éxito. Nuestros estándares están dirigidos a fortalecer el Perfil del estudiante graduado de la escuela superior, para que cada curso que nuestros estudiantes tomen esté alineado con las competencias que utilizarán una vez concluyan sus estudios en la escuela superior. Se trata de proveerles herramientas para que su futuro se convierta en una infinidad de posibilidades para contribuir a nuestro país.

Los Estándares y las Expectativas de Grado, *Puerto Rico Core Standards, 2014* (PRCS), ofrecen la base para el desarrollo de un currículo, enseñanza y evaluación de las matemáticas en forma rigurosa, focalizado y coherente, que promueva la comprensión conceptual y el razonamiento



matemático, así como, la fluidez en las habilidades. Esta base ayudará a asegurar que todos los estudiantes estén listos para ingresar a la universidad o al mundo del trabajo cuando se gradúen del nivel superior, y que estén preparados para tomar su espacio como participantes completos y productivos en la sociedad (NCTM, 2013).

Los estándares representan metas altas y competencias en torno al desarrollo de conceptos y destrezas, a su vez, es un marco conceptual para el diseño curricular. Además, sirven como base para el desarrollo de estándares de ejecución (*performance standards*) y para definir el perfil de competencias que los estudiantes deben conocer y demostrar durante sus estudios escolares (NCTM, 2005). Las competencias son la integración de habilidades, conceptos, destrezas y actitudes que el estudiante debe demostrar en forma integral, a un nivel de ejecución previamente establecido.

A partir de los estándares:

- Se definirán los objetivos, el alcance, la secuencia y la profundidad de conceptos, destrezas y actitudes propias de cada grado.
- Se definirán las competencias que los estudiantes deberán dominar en cada grado y nivel.
- Se desarrollarán actividades educativas y la metodología apropiada para atender los diversos estilos de aprendizaje.
- Se recomendarán métodos y técnicas para llevar a cabo la medición y el *assessment* y la evaluación del aprendizaje.



Sinopsis de los estándares

Los estándares curriculares de contenido presentan un resumen de las habilidades o destrezas que los estudiantes deben conocer y poder desarrollar en cada nivel educativo. Representan la base sobre la cual se desarrollan los currículos de matemáticas.

En el siguiente diagrama se ilustran los estándares de contenido y una síntesis de los mismos.

ESTÁNDARES DE CONTENIDO

Numeración y Operación	Álgebra	Geometría	Análisis de datos y Probabilidad	Funciones	Medición
<ul style="list-style-type: none">El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos.	<ul style="list-style-type: none">El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas.	<ul style="list-style-type: none">El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas; utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.	<ul style="list-style-type: none">El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir, hacer inferencias y predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.	<ul style="list-style-type: none">El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos complejos de la vida.	<ul style="list-style-type: none">El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición, al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

Es preciso señalar que los estándares de contenido no especifican todas las destrezas y sub destrezas que se espera que el estudiante desarrolle. Estas destrezas deben especificarse en la redacción de los currículos. Un estándar, redactado en forma breve, puede representar un área tratada con bastante extensión y profundidad. El aprendizaje de las matemáticas se facilita cuando los estudiantes:

- solucionan problemas
- se comunican, razonan y prueban
- razonamiento matemático

- hacen representaciones y reconocen las conexiones intrínsecas de la materia
- integran de la matemática con otros contenidos
- integran los temas transversales del currículo
- relacionan lo aprendido con otros campos del saber y con la vida diaria.

En el siguiente diagrama se ilustran los estándares de proceso y una síntesis de los mismos.

ESTÁNDARES DE PROCESO

Representaciones	Razonamiento y prueba	Comunicación	Conexiones	Solución de problemas
<ul style="list-style-type: none"> •El estudiante es capaz de seleccionar, usar y crear representaciones para organizar, documentar y comunicar ideas matemáticas, con el fin de modelarlas a fenómenos físico-sociales, de utilizarlas en la solución de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> •El estudiante es capaz de investigar, realizar y evaluar conjeturas y argumentos de contenido matemático en los cuales utiliza y selecciona diferentes tipos de razonamiento y métodos de prueba para validar y justificar sus conclusiones. 	<ul style="list-style-type: none"> •El estudiante es capaz de organizar, analizar, evaluar e integrar ideas, usando el lenguaje matemático, y las expresa con precisión, coherencia y claridad en forma oral y escrita. 	<ul style="list-style-type: none"> •El estudiante es capaz de reconocer, comprender y aplicar las conexiones entre ideas matemáticas para producir otras ideas coherentes dentro y fuera del contexto matemático. 	<ul style="list-style-type: none"> •El estudiante es capaz de construir sus conocimientos, reflexionar y monitorear los procesos matemáticos a través de la solución de problemas que aparecen en la materia y/o en otros contextos, adaptando y aplicando estrategias y equipos de asistencia tecnológica adecuados para resolver los mismos.

Estos procesos se utilizan para aprender los conceptos fundamentales de Numeración, Operación, Geometría, Medición, Funciones y Análisis de Datos y Probabilidad. A estos estándares de proceso, se le añade el elemento de valorar. Con esta acción, se ratifica la recomendación de que los estándares deben ser adaptables a las condiciones particulares del lugar en el cual se van a implementar.

En su esencia, los estándares de proceso representan la aportación que hace la educación matemática a la formación integral del educando. Aunque estos estándares se definen individualmente con fines prácticos para el



diseño y desarrollo del currículo, en la práctica coexisten y se entremezclan (con mayor o menor intensidad) en cualquier situación de aprendizaje.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, se deben integrar tanto los estándares de contenido como los estándares de proceso, con el propósito de que aporten significativamente al desarrollo de los conceptos y destrezas.

Temas Transversales

Moreno (1995) establece que los temas transversales son herramientas para aproximar el currículo a la vida y están contruidos en función de las preocupaciones sociales más actuales y urgentes que nuestros alumnos deben tener presentes. Entre las ventajas se destaca un gran potencial para la construcción de significados, recuperar experiencias personales previas, de modo que facilite el aprendizaje y proporcione estándares definidos para la confección del currículo, mediante la ubicación de los temas actuales de controversia dentro de un marco que permite su tratamiento objetivo y contextualizado (Vélez 2009). Los ejes transversales se constituyen, entonces, en fundamentos para las prácticas pedagógicas al integrar los campos del ser, el saber, el hacer y el convivir a través de conceptos, procedimientos, valores y actitudes que orientan la enseñanza y el aprendizaje.

Los nuevos modelos curriculares suelen fundamentarse en la “transversalidad” que se insertan en los currículos con el fin de cumplir objetivos específicos de proporcionar elementos para la transformación de la educación. Los temas transversales deben tratarse didáctica y metodológicamente en tres niveles (Lucini, 1994):

- nivel teórico, que permita al estudiante conocer la realidad y problemática contenida en cada tema transversal
- nivel personal, que permita analizar críticamente las actitudes personales que deben interiorizarse para hacer frente a la problemática descubierta en cada tema transversal
- nivel social, en el que se consideran, igualmente, los valores y compromisos colectivos que deberán adoptarse.

Los temas transversales pueden ser desarrollados desde una triple perspectiva (Lucini,1994): integrados de forma contextualizada y coherente en los procesos didácticos comunes de las diferentes áreas, creados ocasionalmente en situaciones especiales interdisciplinarias en cuanto a aspectos relacionados con los contenidos de los temas transversales y contextualizados con un asunto relevante desde la perspectiva de uno o varios temas transversales.



Identidad cultural

Breve descripción

El tema de la identidad cultural se relaciona con el conocimiento y valoración de la historia y la cultura de nuestro país, en todas sus manifestaciones y su diversidad.

Propósito

- Fomentar el mayor conocimiento y valoración de los elementos históricos y culturales que definen nuestra identidad y permiten su permanente construcción.
- Promover la valoración de los elementos culturales autóctonos y la comprensión de la evolución histórica de éstos en su relación y contacto con otras culturas.
- Promover respeto y valoración por la diversidad de las manifestaciones culturales del puertorriqueño y compromiso hacia el fortalecimiento, presentación y transmisión de nuestro patrimonio histórico y cultural.

Educación cívica y ética

Breve descripción

En sus dos dimensiones (ética y cívica), se enmarcan el conjunto de los rasgos esenciales del modelo de persona que procura formar la educación puertorriqueña; con la finalidad de ayudar a construir y fortalecer los valores éticos, morales y cívicos para la convivencia.

Propósito

- Promover el juicio ético acorde con unos valores democráticos, solidarios y participativos.
- Fomentar la comprensión, el respeto y la práctica de las normas de convivencia para regular la vida colectiva en una sociedad democrática y pluralista.
- Fomentar valores y actitudes de tolerancia y respeto a la diversidad, así como a la capacidad de diálogo y consenso.

Educación para la paz

Breve descripción

La escuela es un lugar idóneo para aprender a convivir en un clima de armonía, amor y respeto mutuo. No obstante, frente a este ideal de estilos de vida pacíficos, se presenta el clima de agresividad y violencia que es tan evidente en escenarios locales y mundiales. Esta realidad plantea el



reto de que la experiencia educativa sea entendida como un proceso de desarrollo de la personalidad, continuo y permanente, inspirado en una forma de aprender a vivir en armonía.

Propósito

- Fomentar el desarrollo de actitudes que estimulen el diálogo como vía de solución de conflictos entre personas y grupos sociales.
- Ayudar a comprender que los conflictos son procesos naturales que contribuyen a clarificar posturas, intereses y valores.
- Desarrollar actitudes de aceptación, respeto hacia los demás y hacia sus derechos fundamentales.

Educación ambiental

Breve descripción

Estudiar y analizar los problemas ambientales que están degradando nuestro planeta a un ritmo alarmante. Los estudiantes tienen que conocer los problemas ambientales, las soluciones individuales y colectivas, que pueden ayudar a mejorar nuestro entorno y el planeta en general.

Propósito

- Promover el conocimiento y el interés hacia el medio ambiente y una actitud de integración con éste (sentirnos parte del medio ambiente).
- Promover la protección, defensa, conservación y mejoramiento del medio ambiente.
- Fomentar una actitud crítica y autocrítica frente a las relaciones que establecemos diariamente con el medio ambiente, especialmente ante aquellas que afectan la calidad de vida individual y colectiva.

Tecnología y educación

Breve descripción

El conocimiento de la tecnología será uno de los aspectos importantes en la configuración del mundo futuro, y sin el desarrollo adecuado de las capacidades para su dominio, nuestra sociedad tendrá serias dificultades para insertarse en un escenario global cada vez más exigente. En este contexto, la integración de la tecnología al proceso educativo ocupa un lugar destacado en el Proyecto de Renovación Curricular. El asunto de la tecnología, aunque no sea propiamente un tema, se incluye como un componente de la transversalidad, como acción estratégica en la deliberada gestión de propiciar que su acceso no sea privativo de grupos o materias determinadas, sino una oportunidad real y garantizada para todas las disciplinas, docentes y estudiantes.

Propósito

- Fomentar la integración de la tecnología como herramienta de aprendizaje permanente, continuo y como medio de desarrollo personal y social.
- Propiciar una actitud positiva hacia el conocimiento, dominio y aplicación de diferentes tecnologías para la solución de problemas individuales y sociales; tanto en el escenario escolar como en la vida cotidiana.
- Promover el entendimiento de los asuntos sociales, éticos, legales y humanos relacionados con el uso de la tecnología.

Educación para el trabajo

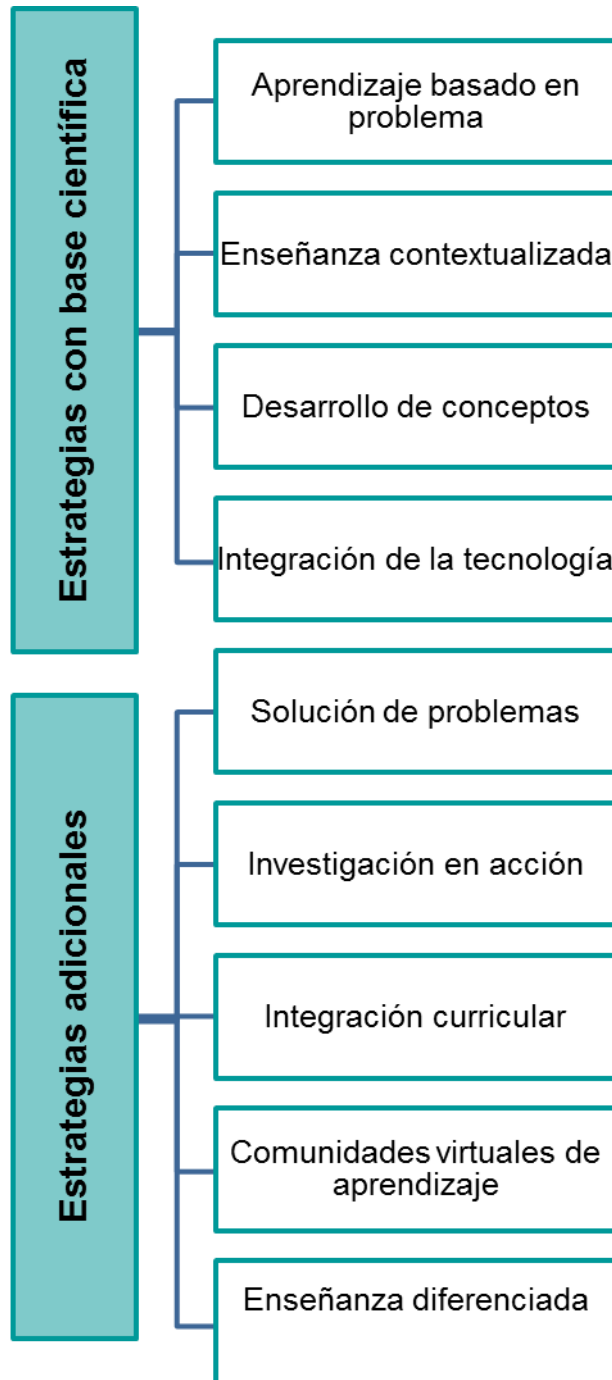
Breve descripción

El trabajo es una de las expresiones y prácticas fundamentales de los seres humanos. En el contexto del proyecto educativo es importante su inclusión en el currículo como tema importante de estudio, al concebirse el trabajo como un aspecto esencial del desarrollo integral de los estudiantes y como una oportunidad de desarrollar capacidades prácticas en diversas áreas para el proceso productivo. La educación para el trabajo, como tema transversal, pretende contribuir a la formación de una cultura del trabajo como elemento liberador del ser humano y base para el desarrollo de las personas y los pueblos. Se parte de la convicción de que la educación y la formación para el trabajo constituyen factores estratégicos para promover al bienestar del país.

Propósito

- Contribuir al desarrollo de personas conscientes del papel primordial del trabajo como elemento de mejoramiento humano, con actitudes de responsabilidad social y de compromiso en el desarrollo de una vida personal y social productiva; tanto en el aspecto material como en el espiritual.
- Fomentar una valoración positiva frente a todo tipo de trabajo como actividad que dignifica y honra a la persona, a los pueblos y como medio que contribuye al logro de una sociedad más justa.
- Promover el valor del trabajo como un medio para la satisfacción de las necesidades personales, de apoyo al servicio solidario y al bienestar colectivo.

ESTRATEGIAS CON BASE CIENTÍFICA



Estrategia reformadoras para matemáticas



➤ **Aprendizaje Basado en Problemas**

Método centrado en los alumnos, a través del cual se resuelven los problemas de la vida diaria al confluir las diferentes áreas necesarias del conocimiento para dar solución a los problemas. Se trabaja colaborativamente, en grupos pequeños desde que se plantea el problema hasta su solución. El aprendizaje es auto-dirigido, comparten su experiencia de aprendizaje, la práctica y desarrollo de habilidades y su reflexión sobre el proceso. Los impulsores del ABP estiman que el aprendizaje consiste tanto en conocer como en hacer. Los diseñadores del programa ABP parten de la base de que los estudiantes obtienen conocimiento en cada experiencia de aprendizaje. Además, consideran que los estudiantes tienen mejores posibilidades de aprender cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- El conocimiento previo es activado y alentado para incorporar nuevos conocimientos.
- Se dan numerosas oportunidades para aplicar estos conocimientos.
- El aprendizaje de nuevos conocimientos se produce en el contexto en que se utilizará posteriormente.

El aprendizaje basado en problemas es una estrategia de enseñanza aprendizaje en la que tanto la adquisición del conocimiento como el desarrollo de las habilidades y actitudes resultan importantes. En el ABP, un pequeño grupo de alumnos se reúne, con la facilitación de un tutor, para analizar y resolver un problema seleccionado especialmente para el logro de ciertos objetivos de aprendizaje.

➤ **Enseñanza contextualizada**

La enseñanza se fundamenta en contextos interesantes y pertinentes para el estudiante. Considera los procesos y utiliza la comprensión, el descubrimiento y las conexiones en la enseñanza. El aprendizaje se basa en la construcción del conocimiento, relacionando las nuevas ideas con los conceptos que posee. El contexto se refiere a un evento, situación o problemática derivada de la realidad y que es significativo para el estudiante, llevándolo a usar métodos o modelos matemáticos basados en su experiencia.

➤ **Desarrollo de conceptos**

Los conceptos son herramientas o instrumentos de los cuales se vale la mente para pensar, es decir hacer significativa nuestra relación con el mundo. Los conceptos se definen como esquemas o reglas de acción mentales en



términos de los cuales se asimila o vuelve significativamente la experiencia. (Principios para la integración del currículo del Departamento de Educación, 1987, pág. 17)

Los conceptos se pueden categorizar o agrupar por sucesos, ideas, objetos, o personas similares. El aprendizaje de conceptos sugiere que en nuestra mente tenemos un prototipo, es decir, una imagen que capta la esencia de un concepto dado. Los componentes de una lección en la enseñanza de conceptos son:

1. el nombre del concepto (escrito o verbal),
2. atributos esenciales y secundarios
3. definición del concepto
4. representación gráfica o simbólica
5. extensión del concepto (ejemplos y contra ejemplos)
6. utilidad del concepto

Los conceptos facilitan significativamente el proceso de pensamiento. En lugar de etiquetar y categorizar por separado cada nuevo objeto o acontecimiento, simplemente se incorporan los conceptos a los ya existentes.

➤ **Integración tecnológica**

Incorporar la tecnología a la sala de clases como herramienta adicional ayudará a enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje y a promover/facilitar el dominio de las destrezas. La tecnología se usará para la individualización de la enseñanza y como estrategia de inclusión. Es una herramienta que se usará en el ofrecimiento de tutorías, práctica y solución de problemas mediante el uso de material educativo previamente evaluado. Si se utiliza el paradigma sociocultural en el diseño de actividades pedagógicas mediadas por tecnología digital, el alumno aprende a manejar y apropiarse de conocimientos que existen de manera previa en la cultura, ya sea en el área de ciencias naturales o sociales, matemáticas, geografía, inglés o español.

Cuando el docente utiliza la tecnología digital, puede lograr que el estudiante se interese en su propio aprendizaje y en la resolución de problemas aplicados a la materia o asignatura deseada. Para los estudiantes, la tecnología representa una herramienta de su agrado y de uso común, en la que mediante la Internet se acerca a los conocimientos que no tiene a su alcance.

Este es el enfoque más tradicional, que concibe Internet y la Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC) como instrumentos para aplicar a las prácticas educativas habituales. El objetivo es trabajar directamente en la red, construyendo actividades y dinamizando conversaciones que trasladen el aula a Internet. Se incluye aquí el trabajo activo de los alumnos en blogs, wikis,



marcadores sociales, campañas en redes sociales y subtítulo colaborativo de vídeos.

Estrategias adicionales

➤ Investigación en acción

Es un diseño de investigación que le permite a los educadores(as) mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en la sala de clase. Los componentes de la investigación en acción buscan documentar y explicar acciones que mejoren los resultados de la educación. Es una manera de apoderar a los docentes y a los estudiantes para que tomen control sobre lo que sucede en su sala de clase. La investigación acción provee un medio para establecer una conexión entre la investigación y la práctica. Existe evidencia que sostiene que cuando el docente tiene la oportunidad y el tiempo para describir su visión sobre la enseñanza y el aprendizaje, llevar a cabo investigación sobre su manera de enseñar, comparar, revisar y evaluar su visión, entiende la naturaleza de la enseñanza efectiva (*National Research Council, 1996*).

➤ Enfoque de solución de problemas

Diariamente es necesario enfrentar problemas y conflictos a los cuales se les deben encontrar soluciones aceptables de acuerdo al contexto. El proceso de solucionar problemas implica una serie de capacidades y habilidades del pensamiento que es importante desarrollar y evaluar en la preparación académica.

La solución de problemas es una actividad cognitiva que consiste en proporcionar una respuesta, producto a partir de un objeto o de una situación. El docente debe utilizar diferentes heurísticas para la solución de acuerdo al tipo y estilo del problema. Presentará problemas que tengan una solución (convergente), varias soluciones (divergentes) o ninguna solución. Utilizará diferentes estrategias para la solución de problemas.

Una de las capacidades más importantes en la solución de problemas es el uso de la metodología de la pregunta, que permite provocar el pensamiento, identificar el problema o buscar alternativas para hallar la solución. Es posible preguntarse: ¿Qué es lo que hace problemática esta situación? ¿Qué me falta por saber? ¿Cuántos problemas están involucrados? ¿Cuál voy a intentar resolver? ¿Qué es lo que no funciona?



¿Cuáles son las alternativas que se pueden considerar? ¿Qué conozco sobre este tema? ¿Por dónde puedo empezar para que sea más fácil?

Capacidades de los alumnos al resolver problemas

- Capacidad para identificar problemas.
- Definición y representación de los problemas con precisión. Es posible que propongan diversas definiciones de problemas, y en consecuencia, que se ofrezcan soluciones diferentes.
- Explorar posibles estrategias. Entre mayor sea el número de alternativas propuestas, hay más posibilidades de encontrar la más adecuada.
- Descomponer un problema complejo en varios problemas que sean más simples.

Observaciones del docente al evaluar a sus estudiantes

- El profesor-facilitador también podrá evaluar las inconsistencias en los argumentos de las propuestas.
- Actuar con esas estrategias. Llevar a cabo las estrategias para así conocer sus consecuencias.
- Observar los efectos de la o las estrategias utilizadas. Se trata de poner atención a las consecuencias o efectos favorables o desfavorables, que pudo haber sucedido según las estrategias utilizadas en la solución del problema.

➤ Integración curricular

Las ideas en cualquier campo de estudio se enriquecen con las teorías, conceptos y conocimientos de otros campos. Los estudiantes aprenden mejor cuando el conocimiento se organiza en unidades completas en vez de unidades aisladas y de manera auténtica y real. Esto presupone que el conocimiento se presente integrado y no aislado. Convierte el salón de clases en una comunidad de aprendizaje en la cual todos aportan al desarrollo intelectual de los compañeros. Los cursos diseñados de forma integrada, por lo general, atraen más a los estudiantes y ofrecen temas interesantes para conversar fuera del salón de clases, precisamente porque son más relevantes al mundo en que vivimos. Es una forma de organizar los contenidos temáticos del desarrollo para promover un aprendizaje significativo, funcional, auténtico, y relacionado entre sí mismo.

La integración curricular parte de los conocimientos previos del estudiante, experiencias personales, razonamiento, estrategias, actitudes y hábitos. La Integración Curricular es planificada por el docente de acuerdo a las necesidades e intereses de sus estudiantes. Establece las competencias y el contenido de las asignaturas que luego se relacionan con el estudio del tema. A través de las unidades temáticas se promueve el desarrollo de la capacidad



investigativa, la creatividad, la problematización, el desarrollo del lenguaje y el humanismo en la niñez.

Rivera (2009) expone que estudios como los de *Michael Halliday* en 1975 han aportado a este concepto. De acuerdo con esos estudios, los niños aprenden mejor a leer y a escribir cuando sus contextos de aprendizaje incluyen experiencias significativas con propósitos auténticos. En vez de enfatizar la enseñanza de la lectura en destrezas aisladas y descontextualizadas, debemos ofrecer a nuestros estudiantes experiencias significativas de aprendizaje.

La integración curricular sostiene que la mejor forma, tanto para enseñar, como para aprender, es integral y no fragmentada. Esta postura se basa en que, al establecer enlaces entre el conocimiento de diversas disciplinas o materias, se procesa mejor la información y se facilita poner en práctica lo conocido. Rivera (2009) expone que investigadores como Sue Bredekamp han defendido que la integración curricular funciona porque hace uso máximo de la capacidad del cerebro. El cerebro humano detecta patrones y es más efectivo cuando procesa información significativa. Otra ventaja es que se atienden los diferentes intereses y necesidades de los estudiantes, quienes también aprenden a utilizar su lenguaje como un instrumento eficaz para conseguir información.

➤ Comunidades virtuales de aprendizaje

En 1995 *Harasim, Hiltz, Teles y Turoff* proponían como paradigma emergente para la educación de este siglo XXI las redes de aprendizaje. El término, acuñado por Linda Harasim en 1993 para referirse al uso de redes de computadoras para la enseñanza y el aprendizaje, es concebido como un entorno de comunicación mediada por ordenador en el que independientemente del lugar, se produce interacción asíncrona entre grupos de personas conectados a una red electrónica (Kearsley, 1993). Las redes de aprendizaje permitirían, así, a cualquier persona, en cualquier lugar y en cualquier momento ser un alumno o un profesor, incrementando la relación entre la teoría y la práctica, entre la clase y el mundo real. Como se ha señalado, Harasim y otros se refieren a este nuevo modelo como “redes de aprendizaje” (*learning networks*), comunidades de alumnos que trabajan juntos en un entorno on-line, que están geográficamente dispersos pero interconectados, que persiguen y construyen conocimiento en un mundo asíncrono.

Salinas (2003) expuso que en el ámbito educativo, esto representa un nuevo modelo de interacción entre profesores y alumnos al mismo tiempo que una nueva forma de comunicación educativa en la que se enfatiza el aprendizaje activo e interactivo, la investigación y la resolución de problemas. No puede entenderse la existencia de comunidades virtuales que agrupan personas para compartir e intercambiar sin hacer referencia a los aspectos de sociabilidad e interacción social en la red. Debemos tener presente que la existencia de dichas comunidades radica en las grandes posibilidades de socialización y de intercambio personal que proporcionan las redes. Por ello el concepto de



comunidad virtual está íntimamente ligado a la existencia de internet, entendida no como una autopista sino como una comunidad, no como un camino que va hacia cualquier sitio, sino como un lugar. En este contexto, hablar de Comunidades virtuales de aprendizaje, requiere hacer referencia a tres aspectos básicos previos:

- 1) Cómo se aprende en comunidad y donde tendremos que prestar una especial atención a:
 - a) La implicación del alumno en actividades del grupo y en la interacción entre todos los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje. El incremento de la autonomía y la responsabilidad del alumno respecto al propio proceso de aprendizaje
- 2) Las oportunidades para la creación y organización de comunidades de aprendizaje traen los avances en las Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC). Nuevas formas de comunicación que surgen de las posibilidades de comunicación electrónica, nuevas formas de relación.
 - a) Aparición de entornos interactivos para la educación con muchas posibilidades comunicativas. Facilidades de la comunicación digital en cuanto a compartir espacios de intercambio, colaboración y comunicación.
 - b) Las comunidades virtuales como comunidades de intercambio y cooperación mediante sistemas de comunicación mediada por ordenador.
 - c) Las comunidades de aprendizaje que utilizan TIC manejan muchos elementos de organización y funcionamiento de las comunidades virtuales que han ido naciendo en internet.
 - d) Las comunidades virtuales suponen nuevos espacios para la comunicación entre iguales con intereses comunes y objetivos de intercambio.
 - e) Generan nuevas atmósferas de relaciones (desarrollan la socialización en la red, intercambio de ideas, experiencias, entre las personas y grupos).

Enseñanza diferenciada

Este enfoque debe ser una extensión de un currículo de alta calidad y no un reemplazo. La función principal del docente es asegurar que el currículo supla las necesidades del estudiantado y que les ayude a utilizarlo; que construyan con significado las ideas de las disciplinas y las apliquen al mundo que les rodea. La instrucción diferenciada maximiza el potencial de cada estudiante. El proceso de enseñanza-aprendizaje incluye o puede ir dirigido a toda la clase, grupos pequeños o individualmente. Los docentes usan el tiempo, el espacio, los



materiales y las estrategias educativas flexiblemente, según las necesidades del aprendiz. Las salas de clases se conciben como comunidades de aprendizaje y en estas los estudiantes comparten con los docentes la responsabilidad por su crecimiento. La función principal es que los estudiantes logren sus metas educativas a través de la canalización y del apoyo del docente.



LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA

Principios de aprendizaje y desarrollo pertinentes derivados de la investigación científica

A través de los años, el proceso de enseñanza y aprendizaje ha estado enmarcado en varias teorías de aprendizaje. El docente las utiliza ya sea de forma consciente o inconsciente. Los filósofos, psicólogos y recientemente los neurocientíficos, han desarrollado principios y teorías que apuntan a la interrelación del mundo físico, biológico, psicológico y social del estudiante con su aprendizaje.

Entre las teorías del aprendizaje que han influenciado la educación de Puerto Rico se destacan la teoría conductista, de Skinner (2001) y E. L. Thorndike, y la teoría constructivista o cognoscitiva, de Piaget (1981) y Quintero (2010)). Este último añade dos aspectos esenciales al desarrollo cognitivo: la cultura y la interacción social. Mientras la primera teoría conceptúa al estudiante como un recipiente de información, la segunda plantea que éste actúa sobre la información que recibe para acomodarla a sus experiencias pasadas. De ese modo construye su propia interpretación del mundo en que vive.

Por un lado, el enfoque conductista parte del supuesto de que los estudiantes no conocen el tema que se va a discutir y pueden contribuir muy poco al desarrollo de conceptos y procesos. Las clases son básicamente deductivas y la instrucción se conduce en forma directa, o sea, se presenta un dato, propiedad o regla, y se dirige al estudiante a manejar la información siguiendo un método dado. La tarea de los estudiantes se circunscribe a aprender la información y a practicar el método hasta que se haya incorporado al pensamiento. Por otro lado, la teoría cognitiva define el conocimiento como la interacción del individuo y su ambiente. En este proceso, el aprendiz interpreta las experiencias educativas a la luz de su conocimiento. Desde esta perspectiva, el estudiante construye su conocimiento, sus propios significados y explicaciones de su entorno.

La aportación de las ideas de Piaget y Vygotsky ha sido fundamentales para la elaboración de un pensamiento constructivista en el ámbito educativo Korstanje (2009). Con el surgimiento de la psicología cognitiva, predominantemente en educación, se hace imperativo considerar las capacidades cognitivas del estudiante en términos de los niveles de complejidad del pensamiento, según plantea Bloom. En este sentido, el Dr. Norman Webb, reconocido evaluador a nivel internacional, creó el modelo de los niveles de



profundidad del conocimiento, basados en los de Benjamín Bloom. Según Webb (2007), este método examina la consistencia que existe entre las demandas cognitivas de los estándares de contenido y las del *assessment*.

Los niveles de profundidad del conocimiento están basados en la premisa de que el conocimiento es producto del aprendizaje, con sentido y entendimiento es decir; aprendizaje pertinente y auténtico. Esta forma de desarrollar el aprendizaje por niveles de profundidad de conocimiento, considera que el estudiante es capaz de elevar su pensamiento desde un nivel memorístico al nivel más alto de creatividad y aplicabilidad del contenido curricular.

Además el programa plantea el diseño de un currículo en forma espiral, dado que el contenido de la asignatura es sistemático y secuencial con cimientos en la cual una estructura depende de la otra. Este currículo riguroso brinda a los estudiantes un aprendizaje basado en los cuatro pilares de la educación: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser.

A la luz de estos cambios en las prácticas de la enseñanza, el Programa de Matemáticas reconoce que el estudiante construye el conocimiento matemático a través de experiencias que aporten a que éste establezca relaciones significativas entre lo que aprende y lo que ya conoce. Esto sugiere que el conocimiento que se transmite en cualquier situación de aprendizaje debe estar estructurado no sólo en sí mismo, sino con respecto al conocimiento que ya posee el estudiante Kostanje (2009). Esto mediante actividades variadas, pertinentes, que provoquen curiosidad e interés por seguir aprendiendo, teniendo en consideración la diversidad del estudiantado de acuerdo a sus necesidades, intereses y capacidades prestando atención a sus limitaciones académicas, sociales, físicas, económica, lingüísticas y culturales. El Diseño Universal del Aprendizaje (DUA) señala que no es simplemente el dominio del conocimiento sino el dominio del aprendizaje. Sugiere al educador hacer que los estudiantes sean aprendices expertos mediante un currículo flexible y pertinente que se ajuste a las múltiples necesidades de todos los alumnos. De este modo se facilita la creación de estructuras mentales que dan lugar a la construcción del nuevo conocimiento.

Principios de enseñanza pertinentes derivados de la investigación educativa y la práctica docente

El proceso de enseñanza debe estar enmarcado en los aspectos teóricos concernientes a la teoría cognitiva. A continuación se describen varios principios inherentes al proceso de enseñanza de las matemáticas.

El aprendizaje matemático es un proceso social

Las matemáticas, como la mayor parte de las disciplinas, se desarrollaron por el interés del ser humano en entender e interpretar su mundo (Kline, 1972) y Quintero (2010). Por lo tanto, su enseñanza también debe partir de situaciones



de interés para el estudiante, en las que las matemáticas aportan al entendimiento e interpretación de la situación. En el proceso de apoyar al estudiante a entender una situación que requiere de los conceptos matemáticos, la enseñanza debe considerar la forma como éstos aprenden.

Una de las críticas a la teoría de Piaget es que presenta el aprendizaje como un proceso principalmente individual. Bruner (2009), por ejemplo, ha planteado que el aprendizaje no es una tarea solitaria, sino que es un proceso social y es dirigida y estimulada por el contexto sociocultural. Por esto, el ambiente en el salón de clases debe reflejar lo que creemos sobre el aprendizaje, promover el diálogo, la discusión entre los aprendices y fomentar el desarrollo de valores positivos a la vez que se aprenden los contenidos y procesos matemáticos. En estas discusiones, la intervención del docente debe ir dirigida a promover la reflexión e investigación en lugar de presentar la respuesta. A través de preguntas se debe inducir a los estudiantes a la reflexión y a que se percaten de la efectividad de ciertas estrategias.

El contexto social es el responsable de dinamizar las actividades diarias, y a la vez convertirlas en una oportunidad para que el ser humano se sienta inmerso en los nuevos escenarios y certifique que se está efectuando un auténtico proceso de formación.

Al lograr conectar la realidad con una educación estable y efectiva, el contexto social deja de ser un concepto teórico, para pasar a ser algo más práctico y didáctico, logrando transformar positivamente la vida familiar y social de cada individuo. Bajo esta concepción se espera que el estudiante se convierta en un ciudadano responsable, independiente, interdependiente, solidario y productivo socialmente cumpliendo con el Perfil del estudiante graduado de Escuela Superior Pública desarrollado por Instituto de Política Pública Educativa para el Desarrollo Comunitario (IPEDCo).

La enseñanza, desde la perspectiva constructivista, requiere reflexión por parte del estudiante, no sólo en torno a sus pensamientos, sino en torno a los pensamientos de otros estudiantes y del docente mismo (Quintero (2010)). El estudiante aprende matemáticas cuando reflexiona en torno a su propio razonamiento y al de sus compañeros. Más aún, un estudiante aprende matemáticas cuando reflexiona sobre sus propios errores y sobre sus razonamientos fallidos en el intento de solucionar algún problema. Treffers (2012) sostiene que la reflexión es un recurso valiosísimo en la construcción del conocimiento y ayuda a elevar el aprendizaje a niveles de abstracción cada vez más altos. Añaden que debe ser motivo de reflexión todo tipo de producción de los estudiantes que se da con referencia a la solución de problemas matemáticos, las observaciones de los estudiantes, sus aseveraciones, sus razonamientos y sus errores, entre otros asuntos. La educación matemática debe entonces proveer al estudiante de múltiples oportunidades de reflexión sobre las ideas centrales del currículo.



El aprendizaje matemático sigue un estilo lineal

La visión del aprendizaje que guía el currículo escolar postula que la construcción del conocimiento sigue el estilo lineal, esto es, se parte de lo más sencillo y se va construyendo los conceptos más complejos. De esta forma ayuda al estudiante a entender y relacionar mejor los conceptos logrando una mejor comprensión y visión más simple de las cosas para aplicarlos a experiencias de mayor reto. En el caso de las matemáticas este principio se traduce en la necesidad de aprender una serie de conceptos básicos que luego se integran al interpretar una situación más compleja.

Quintero (2010) presenta otra visión del desarrollo del conocimiento. Para comenzar, él plantea que los conceptos que son simples analíticamente no necesariamente son simples cognoscitivamente. Por ejemplo, en la geometría los conceptos de línea, plano y punto son simples analíticamente; son los conceptos que se utilizan de base para definir todos los otros conceptos de la geometría euclidiana. Sin embargo, al niño se le hace más sencillo entender el concepto de triángulo, el cual se define a partir de los conceptos de línea y punto. El estudiante ha tenido mayor experiencia informal con triángulos que con puntos y líneas. Estos últimos son construcciones matemáticas más abstractas cognoscitivamente. Así la lógica del aprendizaje no es la misma que la lógica de la disciplina bajo estudio. De hecho, la lógica del aprendizaje corresponde más a la historia del desarrollo de los conceptos de la disciplina. El estudiar el desarrollo histórico de los conceptos ilumina el estudio del desarrollo conceptual en los niños (Quintero (2010).

El aprendizaje matemático ocurre a través de diversas rutas

El aprendizaje y la construcción del conocimiento no se dan en forma igual en todas las personas. Según Gardner, el ser humano posee diferentes talentos, a los que llamó inteligencias múltiples para reconocer las capacidades humanas. Estas inteligencias son: visual/espacial, verbal/lingüística, musical/rítmica, física/kinestésica, interpersonal/social, intrapersonal/introspectiva, lógica/matemática y naturalista. El planteamiento de Gardner, lejos de ser un dogma o una verdad absoluta, es una invitación a contemplar a los estudiantes desde diferentes perspectivas de inclusión educativa.

Por ejemplo, cuando los estudiantes resuelven un problema, se debe permitir que utilicen sus intuiciones y su propio método e interpretación de acuerdo con sus habilidades y talentos. El método utilizado por el estudiante reflejará su entendimiento del problema. Al permitir que un estudiante trabaje un problema matemático utilizando las estrategias que éste crea conveniente, el docente descubre el grado de sofisticación matemática y el nivel de abstracción alcanzado por el estudiante.

El conocer cómo los estudiantes interpretan diferentes problemas ofrece una idea de los niveles de análisis que éstos poseen, lo que constituye una



forma de *assessment* a través de la discusión en el salón de clases. Por esto es importante observar al estudiante y ver los procesos utilizados mediante su ejecución al tratar de entender la situación. Sólo así se puede facilitar la construcción de su conocimiento.

A partir de este análisis se deben diseñar actividades que atiendan las concepciones de los estudiantes, de forma que vayan ampliando, profundizando o corrigiendo las mismas, según sea el caso. De hecho, la discusión entre los mismos estudiantes puede ayudarlos a conocer y seleccionar varias estrategias efectivas en la solución de problemas. Es de vital importancia proveer distintas oportunidades para el desarrollo y optimización de sus capacidades y talentos. Esto añade la posibilidad de extender su marco de referencia para enfrentar con éxito los retos que se le presenten.

La matemática en contexto e integrada

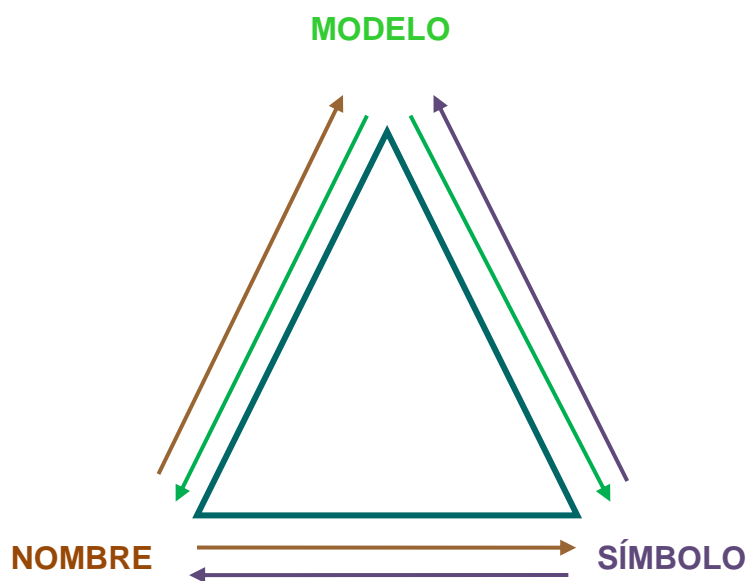
En la enseñanza de las matemáticas, como en la de cualquier otra disciplina, es necesario partir de situaciones que tengan sentido para el estudiante. En los niveles elementales, lo ideal es que estas situaciones integren diferentes disciplinas, o sea, en estos niveles se debe trabajar con un currículo integrado. En el currículo integrado, se eliminan las divisiones artificiales por materias y se utilizan temas generadores y redes semánticas, que sirven para la definición de contenidos y la búsqueda de materiales. A diferencia del currículo regular, en el que esos conceptos y destrezas se presentan en un orden jerárquico y específico, hay más libertad para ordenar los mismos, aunque en el interior de un área temática es necesario cierto orden.

Para entender los conceptos más allá de una clasificación de una disciplina en particular, hay que integrar contextos variados y pertinentes. De este modo, el aprendizaje se transforma en uno más significativo; las conexiones conceptuales y de destrezas se hacen transparentes para el estudiante, y la aplicación del conocimiento a nuevas situaciones surge con más facilidad y de modo natural. Por otro lado, el desarrollo de las ciencias cognitivas y las neurociencias sugieren que los seres humanos crucen las líneas de las disciplinas para solucionar problemas diariamente. La teoría cognitiva del aprendizaje postula que el modo natural como las personas aprenden es en un contexto interdisciplinario (Martín, D. (2012)

Enfoque, estrategias y metodología de enseñanza cónsonas con los principios anteriores que privilegia el programa de matemáticas

Las matemáticas en sí están constituidas por **conceptos**, **destrezas** y **procesos**. El **concepto** es la idea que fundamenta las destrezas, los símbolos, las operaciones y la solución de problemas. La adquisición de conceptos matemáticos requiere que los estudiantes establezcan conexiones entre las diferentes representaciones de los conceptos: **concreto**, **verbal** y **simbólico**.

El modelo que se muestra a continuación representa la visión del procedimiento necesario para desarrollar un concepto.



El desarrollo de un concepto requiere conexiones entre tres componentes: el modelo que representa el concepto, el nombre que se le asigna y el símbolo que se utiliza para representarlo. Esta trilogía, **modelo, símbolo y nombre**, siempre está presente en toda comunicación del pensamiento. Estas conexiones están representadas por las flechas en ambas direcciones. En los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es fundamental reconocer la diferencia, significado y relación entre sí de los elementos de esta trilogía.

Se pueden establecer seis conexiones diferentes. Éstas son: del modelo al nombre, del nombre al modelo, del modelo al símbolo, del símbolo al modelo, del nombre al símbolo y del símbolo al nombre. En el proceso del desarrollo conceptual, el docente debe propiciar procesos de enseñanza y aprendizaje basados en experiencias que permitan establecer este tipo de conexiones, de forma tal que los estudiantes logren desarrollar, entender y aplicar los conceptos fundamentales, según se ilustra en el modelo triangular.

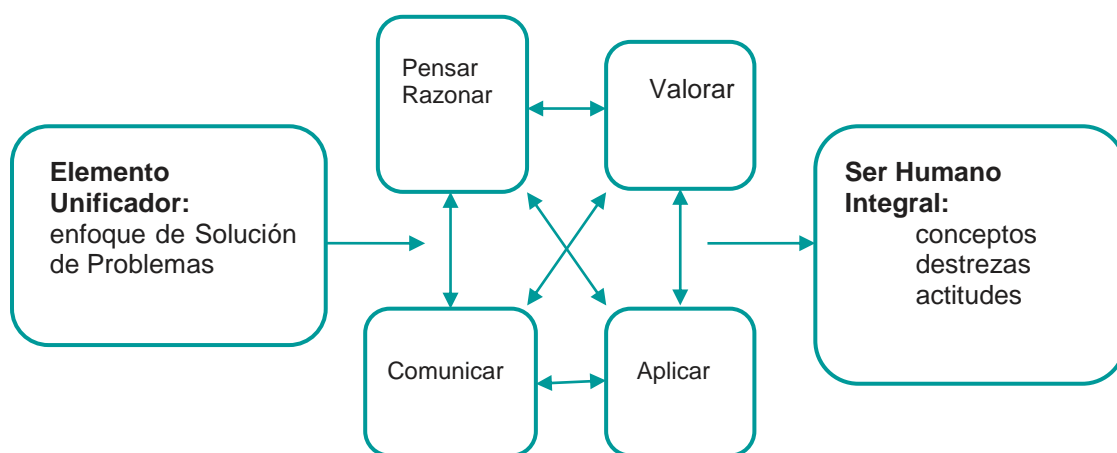
Las **destrezas** incluyen el entendimiento de los conceptos aritméticos básicos y los algoritmos. Los **procesos** matemáticos son aquellos que demuestran cómo usar las destrezas de manera creativa para resolver nuevas situaciones. La enseñanza de las matemáticas debe dar énfasis a ambos aspectos logrando que el estudiante armonice el dominio de destrezas con la aplicación de los procesos. El enfoque de solución de problemas como metodología de la enseñanza de las matemáticas atiende ambos aspectos.



Enfoque: Solución de problemas

La solución de problemas tiene un propósito más amplio que meramente pensar en problemas matemáticos. Cuando se piensa sobre esto, el objetivo fundamental de educar a los estudiantes es precisamente lograr desarrollar en ellos destrezas para solucionar problemas en distintos contextos pertinentes, ya sean matemáticos o contextos cercanos a su realidad. Es la oportunidad ideal para transferir y aplicar los conocimientos adquiridos.

El currículo dará énfasis a la solución de problemas como proceso unificador de la enseñanza y como promotor del desarrollo integrado de habilidades para pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar.



Todo proceso de solución de problemas involucra cierto tipo de información ya sea perceptual, psicológica o sensorial (Dewey, 2011). Éste establece que el proceso de recopilación de información se relaciona estrechamente con el aprendizaje por descubrimiento, proceso a través del cual el aprendiz es participante activo de su propio aprendizaje. George Polya (2014) establece que todo principio matemático es transferible y afirma que existe una “fibra de descubrimiento” en la solución de problemas. Éste señala que es bastante sencillo encontrar una estrategia para resolver problemas. No obstante, existen ciertos problemas, los cuales requieren explorar y jugar con la información, antes de pensar en una estrategia de solución.

En la definición de una situación como problema, debe considerarse el desarrollo cognitivo de la persona que enfrenta la situación. Lo que es un problema para un estudiante puede ser que no lo sea para otro. La diferencia puede estar en las experiencias vividas, que provocan diferentes niveles de desarrollo. Según Flavell (1976), la metacognición se refiere al conocimiento que el individuo tiene acerca de los procesos y productos cognitivos. Es un elemento esencial en el proceso de solucionar un problema que dirige al estudiante a evaluar su propio pensamiento mediante la auto-reflexión y el auto-análisis.

Estas actividades cognitivas abarcan el establecer conexiones en el problema planteado, simplificar el problema, el conocimiento y las experiencias previas de los estudiantes.

¿Cómo se resuelve un problema?

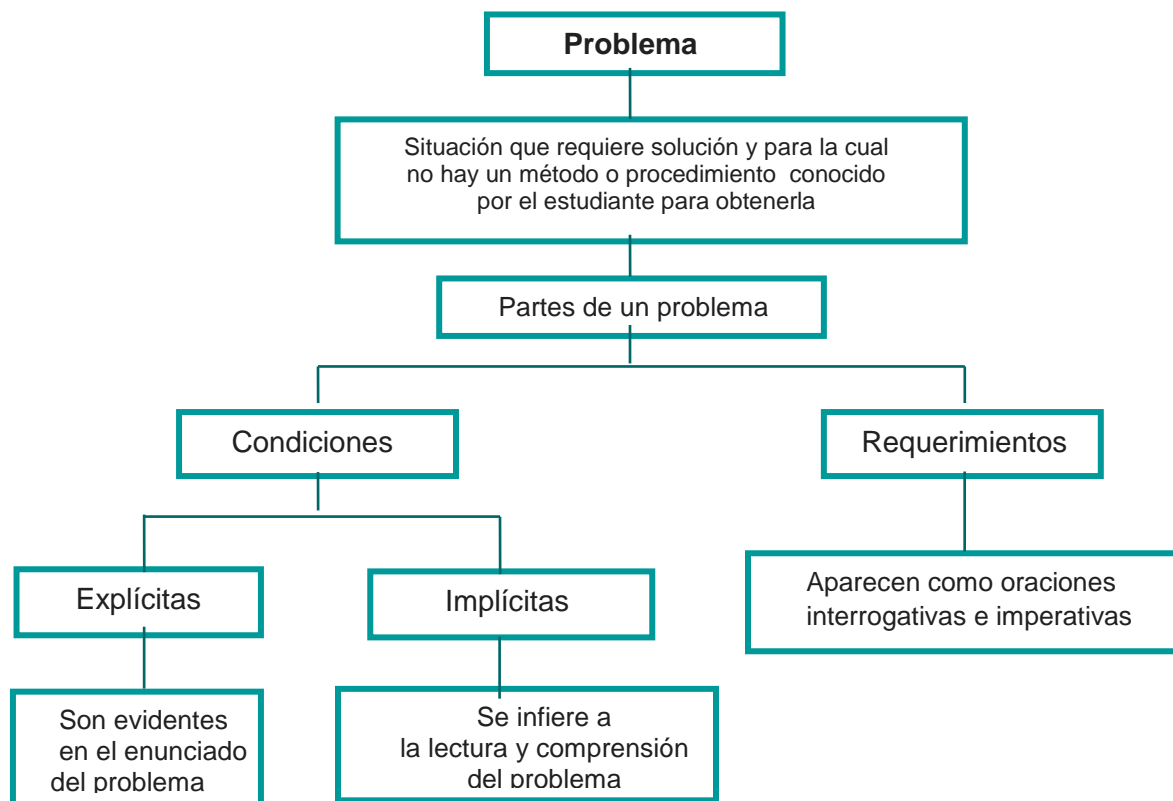
Existen diferentes estrategias para lograr solucionar un problema. La utilización de una en contraposición a otra va a depender del tipo de problema y de la capacidad cognitiva del estudiante que lo enfrenta.

CLASES DE PROBLEMAS

Problema	Ejecución
Encontrar un objeto matemático	Se determina el objeto, que puede ser una cantidad, relación, figura, posición, forma y otros. Incluye cálculos algebraicos, geométricos, valores de funciones, etc.
Construir o transformar	Se crean o construyen figuras, expresiones, procedimientos con propiedades conocidas. Se simplifican o se cambia las formas de las expresiones o figuras.
Demostración o explicación	Se somete a prueba (verificación de la validez) ciertas expresiones. Se verifica por qué ocurren ciertos fenómenos o hechos.

El proceso de resolver un problema comienza con el planteamiento de la situación, es decir, sus condiciones y requerimientos; termina cuando la(s) respuesta(s) se ha(n) obtenido y examinado cuidadosamente. Es necesario rebasar la acción inmediata del **resolver** para enfatizar el proceso de solución, sus supuestos, estrategias e implicaciones.

EL ENFOQUE DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS



Preparar a los estudiantes para ser solucionadores efectivos de problemas implica proveerles técnicas variadas de solución. Se sugiere comenzar identificando las mismas hasta que ellos descubran por sí mismos las estrategias adecuadas de solución de un problema en particular.

A continuación alguna de las estrategias recomendadas por George Polya en solución de problemas:

ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN	
<ul style="list-style-type: none">• Hacer un dibujo• Buscar un patrón• Trabajar hacia atrás• Tanteo y error• Simplificar el problema• Hacer un modelo	<ul style="list-style-type: none">• Hacer una lista• Simulación• Hacer tablas o gráficas• Estimar• Usar fórmulas y ecuaciones• Seleccionar la operación



El docente debe proveer problemas tanto rutinarios como no rutinarios con el propósito de crear una atmósfera que provoque la curiosidad intelectual, el cuestionamiento y la creatividad del estudiante.

Estrategias y metodología

Con el fin de establecer procesos de enseñanza y de aprendizaje basados en la teoría cognitiva, hay que utilizar estrategias, métodos y técnicas de acuerdo con este paradigma. Diferentes autores han utilizado las palabras técnicas, método y estrategias de enseñanza para denotar lo mismo Marco Curricular (2003). El *Diccionario de la Real Academia* define **estrategia** como: a) el arte para dirigir un asunto; b) un proceso regulable; el conjunto de reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento. Por otro lado, el **método** es el modo ordenado de proceder para llegar a un fin determinado. La **técnica** es el conjunto de procedimientos de los que se sirve una ciencia o un arte, y la habilidad de hacer uso de ella. Si analizamos con detenimiento estas definiciones nos daremos cuenta de que, en educación, las estrategias representan el marco mayor para el proceso de enseñanza. Dentro de las estrategias tenemos los métodos, que representan ese modo ordenado de proceder para lograr el aprendizaje del estudiantado; y, dentro de los métodos, las técnicas, que representan los procedimientos para lograr los objetivos específicos; de otro modo, son los medios y formas de que se vale el docente para obtener el mejor aprendizaje de sus alumnos.

Estrategias

A través de las estrategias se establece un conjunto de procedimientos dirigidos a un objetivo determinado para hacer más efectivo el proceso de enseñanza y aprendizaje. A pesar de las diversas teorías que aportan conocimientos a la naturaleza del aprendizaje, aún no hay una visión clara y específica del mismo. El aprendizaje como proceso es acumulativo, el estudiante acumula la información nueva con un sentido y significado haciendo conexiones y transformando sus conocimientos previos en nuevas estructuras mediante una confrontación dinámica (Bourgeois). Partiendo de esta premisa, toda estrategia que se utilice debe favorecer las condiciones necesarias para el desarrollo de las nuevas estructuras mentales.

Las experiencias que se provean al estudiantado deben tomar en consideración su diversidad y su manera de aprender. Con ese fin se recomiendan el uso de estrategias con base científica en el proceso de enseñanza-aprendizaje.



Enseñanza contextualizada

El contexto social es el responsable de dinamizar las actividades cotidianas, y a la vez convertirlas en una oportunidad para que el ser humano se sienta inmerso en los nuevos escenarios y afirme que está ejecutando un auténtico proceso de formación. El docente buscará de forma natural ampliar las posibilidades con las cuales motiva al alumno y despierta su curiosidad. La educación efectiva se logra al conectar la realidad con, el contexto social dejando de ser un concepto teórico, para pasar a ser algo más práctico y didáctico al transformar positivamente la vida familiar y social de cada individuo. Bajo esta concepción se espera que el estudiantado se convierta en un ciudadano responsable, independiente, interdependiente, solidario y productivo socialmente cumpliendo con el Perfil del estudiante graduado de Escuela Superior de Puerto Rico.

El Dr. Kolb (1984) propone que los métodos de enseñanza tengan en cuenta los estilos de aprendizaje. Al hacerlo así, el estudiantado puede ampliar su habilidad de aprendizaje más allá de su inclinación natural. Más aún, es importante recordar que incluso esos pocos alumnos que aprenden mejor pensando, viendo y escuchando, puede que tengan que experimentar y actuar al incorporarse a la fuerza laboral. A pesar de que existen diferencias individuales en estilos de aprendizaje y en tipos de inteligencias, todas las maneras potenciales de aprendizaje tienen la necesidad de buscar conexiones. De este modo, el aprendizaje se transforma en uno más significativo; las conexiones conceptuales y de destrezas se hacen transparentes para el estudiantado, y la aplicación del conocimiento a nuevas situaciones surge con más facilidad pues resultan indispensables, tanto para su futura ocupación laboral como para su vida. En esta perspectiva, el estudiante es capaz de descubrir la importancia de la relación existente entre las matemáticas y la vida cotidiana.

El docente debe promover el integrar contextos variados y pertinentes, al construir escenarios de aprendizaje con sentido donde el estudiante tenga oportunidad de reflexionar acerca del uso de recursos y procesos del quehacer matemático que le permitan extender y robustecer sus formas de plantear y resolver problemas a través de su camino. Esta temática trae consigo la ejercitación y la transferencia de conocimiento.

A través de la resolución de problemas podemos plantear a los alumnos realizar demostraciones de teoremas mediante juegos, o experimentos en grupo de forma que puedan ver y apreciar el por qué y el origen de las cosas. La resolución de estos ejercicios los motivará en el resto del tema, porque han sido ellos mismos los que han sido capaces de resolverlos.

Teniendo esto en cuenta, el currículo tiene que fomentar, más allá de la transmisión de conocimientos, la capacitación de todo el alumno en aquellas competencias, aprendizajes, habilidades y herramientas que le habiliten para entender el mundo, entenderse a sí mismo, comprender a los demás y actuar en

los distintos ámbitos con criterio propio y autonomía. Para que esta labor sea eficaz, los temas transversales deben promover fundamentalmente el sentido y la intención que se quiere conseguir a través del aprendizaje. Los temas transversales implican un cambio importante no solo en el diseño curricular sino en su práctica, lo que conlleva a un cambio en la pedagogía que demanda nuevas formas evaluativas.

En esta concepción, al aplicar la enseñanza contextualizada centrada en el estudiantado se busca promover la transferencia de conocimiento del contenido académico a la vida real y en el futuro, de la escuela al lugar de trabajo y su realidad propiciando pensamiento crítico, creatividad, innovación, colaboración y trabajo en equipo. El estudiantado podrá conseguir realizar conexiones al integrar y aplicar los conceptos de la materia mostrando más interés y motivación de la escuela en general. Esto permitirá que se desarrollen de forma más efectiva el adquirir valores como el respeto y la solidaridad.



En efecto, el aprendizaje contextual atiende el problema de enseñar de una manera abstracta (con énfasis en pensar y ver-escuchar) al lograr llegar al estudiantado. Estudios del Dr. Kolb señalan que la mayoría del estudiantado tiene una tendencia a aprender de una manera concreta (con énfasis en sentir y actuar). Desde esta perspectiva, esta estrategia de enseñanza contextualizada debe estar enmarcada en el enfoque de solución de problemas, con especial énfasis en la aplicación considerando los componentes esenciales. El desarrollo de estas competencias necesarias para el aprendizaje; conceptos, destrezas, procesos, actitudes y metacognición garantizan la aplicación efectiva de las matemáticas en el estudiantado.

Exploración, conceptualización, aplicación (ECA)

A través del uso de la estrategia Exploración, Conceptualización y Aplicación (ECA), se realizan diversas actividades que llevarán al estudiantado a descubrir lo que ya conocen, obtener nuevos conocimientos, practicar y afianzar los ya adquiridos y aplicarlos, asumiendo una actitud crítica y participativa.



Una de las etapas más importantes es la de **exploración**, en la que el docente y el estudiante obtienen información de los conocimientos previos que posee el estudiante, lo que necesita para desarrollar los conceptos adecuadamente y sobre los cuales puede construir o ampliar su conocimiento. Se inicia con una breve introducción del contenido, presentación y análisis de ilustraciones a través de preguntas, conversación dirigida e indagación de los conocimientos relacionados con la temática.

En la segunda etapa, la **conceptualización**, se persigue que el estudiante esté más informado sobre el tema cuando completa una unidad de estudio y que haya modificado sus estructuras cognitivas. Entre las experiencias que pueden ofrecerse, se incluyen lecturas, análisis, esquemas y gráficos, la realización de cálculos, entre otros, de manera que vayan construyendo sus nuevos aprendizajes.

Finalmente, se pasa a la **aplicación**, donde el docente enfrenta al estudiante a la ampliación y ejercitación de los aprendizajes obtenidos con diferentes actividades de profundización, investigación, estudios de casos y situaciones de la vida diaria. En esta etapa se brinda la oportunidad de analizar, solucionar y transferir los conocimientos que se han construido y las destrezas o actitudes a situaciones nuevas.

En esta estrategia se crean las condiciones para que el estudiante desarrolle los conceptos, las destrezas, las actitudes y los valores a partir del estudio contextual de la materia (Villarini 2010). En la misma, se persigue que el estudiante esté más informado sobre el tema cuando completa una unidad de estudio y que haya modificado sus estructuras cognitivas.

Aprendizaje basado en problemas (PBL por sus siglas en inglés)

La estrategia de aprendizaje basado en problemas cambia el enfoque del currículo expositivo centrado en el profesor por uno centrado en los alumnos mediante lo cual se resuelven problemas de la vida real al combinar las diferentes áreas del conocimiento necesarias para encontrar la solución al problema. Los estudiantes mediante pequeños grupos, de manera colaborativa, trabajan desde el planteamiento del problema hasta su solución, el objetivo; desencadenar el aprendizaje auto-dirigido. El interés y la participación de los estudiantes de su trabajo escolar cambia significativamente comparten su experiencia de aprendizaje, su práctica y desarrollo de habilidades y su reflexión sobre el proceso.

Esta estrategia organiza la experiencia de aprendizaje alrededor de la investigación y la solución de problemas controvertibles del mundo real del estudiante. En la estrategia se combinan dos procesos complementarios: la



organización del currículo y la estrategia instruccional. Las características esenciales Marco Curricular (2003) de la estrategia son:

- Involucrar al estudiante como investigador y solucionador de problemas
- Organizar el currículo alrededor de un problema holístico dado, de modo que permita que el estudiante aprenda de un modo relevante y haciendo conexiones
- Crear un ambiente de aprendizaje en el cual los docentes apoyen y fomenten el pensamiento del estudiante, guiándolo durante el proceso de inquirir para que llegue a niveles más profundos del entendimiento.

El Aprendizaje Basado en Problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje en aspectos muy diversos.” (Prieto, 2006). Así, el aprendizaje ayuda al estudiante a desarrollar y a trabajar diferentes competencias siendo los protagonistas del aprendizaje asumiendo la responsabilidad de ser parte activa en el proceso.

No se debe confundir esta estrategia con el método de solución de problemas. La diferencia fundamental y que los separa es que la estrategia PBL incorpora el currículo de un modo sistemático. De hecho, la visión tradicional del currículo organizado de un modo lineal, ordenado en secuencia, no es apropiada para la implantación de esta estrategia. En ésta, el libro de texto es sólo una referencia al igual que otros materiales, y el currículo se construye y desarrolla alrededor de problemas que los estudiantes tienen que solucionar Marco Curricular (2003).

Aprendizaje Basado en Proyectos

El Aprendizaje Basado en Proyectos dirige al estudiantado a encontrarse y a debatir con los conceptos centrales y principios de la disciplina. El utilizar el Aprendizaje Basado en Proyectos permite:

1. La integración de asignaturas, reforzando la visión de conjunto de los saberes humanos.
2. Organizar actividades en torno a un fin común, definido por los intereses del estudiantado y con el compromiso adquirido por ellos.
3. Fomentar la creatividad, la responsabilidad individual, el trabajo colaborativo, la capacidad crítica, la toma de decisiones, la eficiencia y la facilidad de expresar sus opiniones personales.



4. Que los estudiantes experimenten las formas de interactuar que el mundo actual demanda.
5. Combinar positivamente el aprendizaje de contenidos fundamentales y el desarrollo de destrezas que aumentan la autonomía en el aprender.
6. Permite a los alumnos adquirir la experiencia y el espíritu de trabajar en grupo, aumentando las habilidades sociales y de comunicación.
7. Desarrollar habilidades sociales relacionadas con el trabajo en grupo y la negociación, la planificación, la conducción, el monitoreo y la evaluación de las propias capacidades intelectuales, incluyendo resolución de problemas y hacer juicios de valor.

Es importante crear conciencia en el educador y en el estudiantado que cuando se utiliza esta estrategia, el orden del desarrollo conceptual, así como el de las destrezas, puede verse afectado.

Enseñanza por descubrimiento

El aprendizaje por descubrimiento, también llamado heurístico, delimita al estudiantado adquiriendo conocimientos de forma activa por sí mismo, de tal modo que el contenido que se va a aprender no se presenta en su forma final, sino que debe ser descubierto por éste. Bruner considera que el estudiantado debe aprender por medio del descubrimiento guiado durante una exploración motivada por la curiosidad. Así, desde el punto de vista del aprendizaje por descubrimiento, en lugar de explicar el problema, de dar el contenido acabado, el profesor debe proporcionar material significativo que sirva de estímulo a los alumnos, para que, mediante la observación, la comparación, el análisis de semejanzas y diferencias, lleguen a descubrir cómo funciona algo de un modo activo.

Para Bruner, este tipo de aprendizaje persigue:

1. Superar las limitaciones del aprendizaje mecanicista.
2. Estimular a los alumnos para que formulen suposiciones intuitivas que posteriormente intentarán confirmar sistemáticamente.
3. Potenciar las estrategias metacognitivas y el aprender a aprender. Se parte de la idea del desarrollo de la comprensión conceptual y de las destrezas y las estrategias cognitivas que son el objetivo fundamental de la educación, más que la adquisición de información factual.
4. Estimular la autoestima y la seguridad.

La finalidad del estudiante será descubrir conocimiento mientras descubre respuestas para una situación o problema que ha sido planteado partiendo de sus conocimientos previos. El docente facilita experiencias educativas a sus



estudiantes como guía sobre el trabajo que realiza creando espacios para investigar, construir y descubrir por sí mismo, nuevos conocimientos. El estudiante reestructura o transforma hechos evidentes y así pueden surgir nuevas ideas para la solución de los problemas.

Aprendizaje cooperativo

La estrategia de aprendizaje cooperativo presenta muchas ventajas para el aprendizaje y la enseñanza, se fundamenta en la participación de diferentes grupos para llegar a una meta común. El estudiantado trabaja en equipo con responsabilidad individual, construyendo conocimientos haciendo uso de materiales contextualizados y didácticos. Además aprende rápidamente mediante la autorregulación del aprendizaje, la asunción de responsabilidades, la participación de todos y todas, las habilidades comunicativas orales, la ayuda mutua y el respeto. También desarrolla mayor confianza para hablar en público y para participar en las discusiones y presentaciones de la clase (Armengol, 2002) El trabajo cooperativo es una de las mejores estrategias para abordar la diversidad del grupo y caminar hacia una clase verdaderamente inclusiva.

Cuando hay verdadera colaboración, el estudiantado se hace solidario, se apoya y se motiva a aprender. Un ambiente cooperativo ayuda a desarrollar el pensamiento matemático e invita a razonar a la vez que provee para el desarrollo de destrezas de solución de problemas. De este modo, las actividades incrementan la confianza en ellos mismos al igual que su autoestima, permitiendo a vez que se integren diferentes destrezas como el lenguaje oral, la lectura y la escritura.

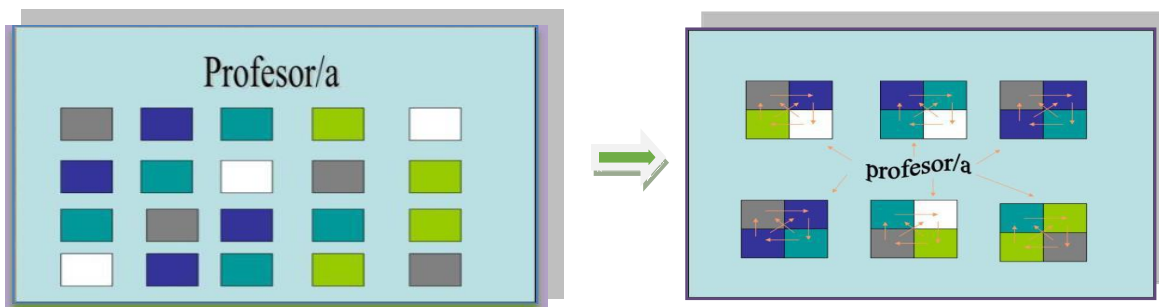
La introducción de este aprendizaje cooperativo debe hacerse de forma gradual y tomando las siguientes consideraciones:

- Estructurar interdependencia positiva dentro de los equipos. Cada estudiante siente que no tendrá éxito a no ser que todos en el grupo lo tengan.
- Hacer que los alumnos interactúen mientras hacen sus tareas y asegurarse que esa interacción proviene de trabajar en las mismas.
- Hacer que el alumnado sea responsable individualmente por la ejecución de las tareas y que no se apoyen en el trabajo de los otros.
- Hacer que el alumnado aprenda a usar habilidades interpersonales y de trabajo en grupos pequeños. Estas habilidades son las de liderazgo, toma de decisiones, generación de confianza, comunicación y manejo de conflictos.
- Asegurar que los grupos analicen cómo están desempeñando sus funciones.

Cuando el estudiantado recibe retroalimentación acerca de su participación en el grupo, pueden reflexionar sobre el rol que desempeñan. Este



modelo de aprendizaje cambia completamente el rol del docente. El papel que desempeña el docente constituye el instrumento fundamental del proceso interactivo que sirve de soporte a la construcción del conocimiento (Ding, Li, Piccolo y Kulm, 2007; Grassl y Mingus, 2007). El docente, en ocasiones es expositor, en otras observador y a veces facilitador u orientador. El modelo de aprendizaje cooperativo se presenta a continuación:



Laboratorio para la enseñanza de las Matemáticas

La idea fundamental en la estrategia de laboratorio es proveer al estudiantado la oportunidad de descubrir y comprender conceptos de forma variada y pertinente. En el laboratorio, el estudiantado desarrolla su aprendizaje explorando, descubriendo y resolviendo problemas. Se utilizan recursos variados como manipulativos, equipos y estrategias que se ajustan a las necesidades, al nivel y al estilo de aprendizaje del estudiante. Cuando hablamos del laboratorio de matemáticas, nos podemos referir al lugar donde se lleva a cabo un aprendizaje activo; pero, más importante aún, el concepto laboratorio se aplica a los procesos de enseñanza y aprendizaje por los cuales el estudiantado experimenta y descubre ideas matemáticas. Se recomiendan actividades que permitan una actitud de investigación, donde se promueva la formulación y resolución de problemas incluyendo procesos de experimentación, de cooperación y de socialización. De este modo, el aprendiz desarrolla una actitud de motivación hacia la investigación y el pensamiento.



EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

- Trabajo en equipo
- Exploración
- Investigación
- Descubrimiento
- Representaciones
- Importancia al proceso
- Participación activa en el aprendizaje

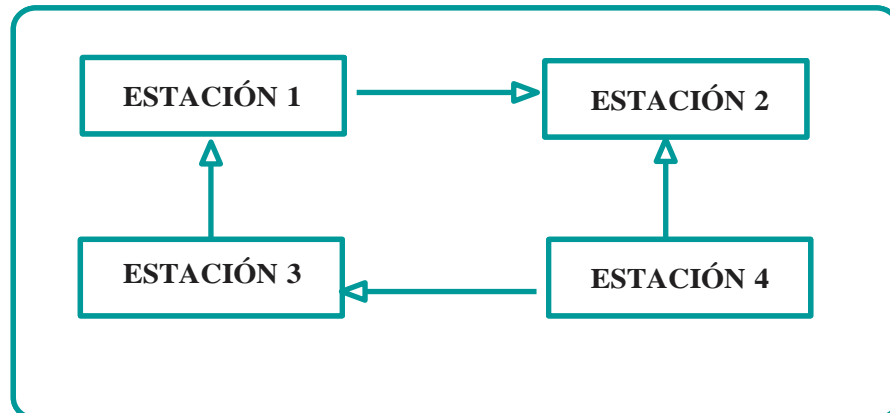
La organización del laboratorio o el uso de esta estrategia implican un cambio en el salón de clases y una transformación del rol que desempeña el docente. La atención ya no está centrada en el docente; éste se convierte en un facilitador de las experiencias que conducen al estudiante a descubrir. En el laboratorio se crea interacción entre estudiante y estudiante, así como entre estudiante y docente.

El arreglo del salón debe facilitar esa interacción. Uno de los modos de organizar el laboratorio es mediante la organización de áreas de trabajo o estaciones. Cada estación provee al estudiante la oportunidad de realizar una actividad relacionada con el concepto que se está trabajando. En algunas ocasiones, la secuencia de las actividades es importante y en otras no lo es. Cada actividad debe tener instrucciones precisas y proveer materiales suficientes para que cada estudiante participe en la misma.

El estudiante se moverá por diferentes estaciones. Mientras esto ocurre, el docente se une a diferentes subgrupos en los que tiene la oportunidad de hacer preguntas, aclarar dudas y ayudar al estudiante que lo necesita. Cuando los estudiantes hayan pasado por todas las estaciones, tendrán una sesión de grupo grande en la cual compartirán y evaluarán sus experiencias. Si se organiza adecuadamente, el concepto estación provee una alternativa eficiente para el manejo y la organización del laboratorio.



A continuación se presenta un ejemplo que ilustra cuatro estaciones.



Metodología

Método de inquirir o de descubrimiento

El término inquirir se utiliza para cualquier sistema que genera preguntas y requiere respuestas. El método de inquirir es equivalente al método de descubrimiento para algunos autores. Otros piensan que el método de descubrimiento es una parte importante del método de inquirir. Con este método se enfatiza en que el conocimiento se obtiene mediante la investigación y por ende, está sujeto a cambio. Implica que el docente estimula a sus estudiantes a pensar, preguntar, obtener datos, hacer hipótesis, predecir y experimentar Marco Curricular (2003). En términos generales, el método se puede clasificar en tres tipos:

- **Inductivo guiado:** el docente controla y dirige el proceso; los estudiantes se mueven como un conjunto durante la actividad, y se seleccionan casos específicos.
- **Inductivo no guiado:** los estudiantes seleccionan el fenómeno a estudiar o éste es planteado por el docente, pero los estudiantes someten a prueba sus hipótesis.
- **Deductivo:** se dan las reglas o generalizaciones a los estudiantes y luego se plantea la situación o el problema en que se solicita que encuentren ejemplos de la regla o generalización.

Existen otras taxonomías que aplican sólo al proceso de inquirir (Martin, Hansen, L., 2002). El método de inquirir promueve que los estudiantes descubran las cosas por ellos mismos. Implica encontrar asociaciones o reglas y desarrollar conceptos. Este método incluye manipulación de materiales con actividades que maximicen la comprensión utilizando lenguaje simple, claro y preciso además de aumentar la autoestima, la confianza y la seguridad del estudiante. Se sugiere además, desarrollar en el alumno el hábito de explicar o



justificar con argumentos lógicos sus conclusiones. Cuando se usa este método, el estudiante aumenta su potencial intelectual, busca recompensa internamente, desarrolla heurística del descubrimiento y aumenta su capacidad de retención.

Integración de materias

Existen varios enfoques de integración de materias. La aportación del enfoque interdisciplinario es el situar mayor énfasis en las relaciones entre áreas, con el propósito de poner en común la visión de diferentes disciplinas en torno a un tema. A partir de ese momento, los intereses quedan subordinados a la propia interacción. La integración parte de conocimientos previos, experiencias personales, el tipo de razonamiento y actitudes del estudiante junto a un currículo que organice el contenido y las actividades de enseñanza en secuencia progresiva hacia el logro del desarrollo humano integral. La teoría cognitiva del aprendizaje postula que el modo natural como las personas aprenden es en un contexto interdisciplinario (Martín, D. (2012). De igual manera, la resolución de problemas no es una parte aislada de la educación matemática y de los programas de las materias, es una parte fundamental para todo aprendizaje matemático

El saber matemáticas, tiene mucho que ver con la habilidad de resolver problemas mediante la integración de materias, de encontrar pruebas, de criticar argumentos, de usar el lenguaje matemático con fluidez, de reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas y saber lo importante de recorrer el camino emprendido. El proceso de enseñanza conlleva la formulación de conceptos mediante investigaciones, lecturas, descubrimientos de diferentes disciplinas. Esta enseñanza brinda la oportunidad de explorar interconexiones permitiendo la nueva asimilación Rodríguez (2009).

El motivar al estudiantado y hacerle entender la utilidad de las matemáticas conseguimos que los alumnos vean las matemáticas y el resto de las ciencias como algo interconectado. De esta forma, es recomendable que el docente contribuya al caracterizar la ruta en la instrucción planteando proyectos o problemas en colaboración con otras asignaturas como física, química, dibujo, entre otras. Si consideramos un problema como una situación que se presenta en la que se sabe más o menos, o con toda claridad, a dónde se quiere ir, pero no se sabe cómo; entonces resolver un problema es precisamente aclarar dicha situación y encontrar algún camino adecuado que lleve a la meta.

Integración de la Tecnología en los Procesos de Enseñanza Aprendizaje

Las nuevas tendencias tecnológicas se presentan cada día para ser parte integral de las materias en el salón de clases. Las generaciones viven inmersas en un mundo en que la tecnología es la herramienta emblemática de esta era de la informática que permite un manejo adecuado de la información, la comunicación y la capacidad para investigar hasta llegar a la toma de decisión informada. Al incorporar la tecnología se propician las capacidades técnicas que permiten un manejo adecuado de la información, el desarrollo de la creatividad,



la solución de problemas, y que en función de estas deberán ser exigencias de la nueva sociedad de información.

Mediante el uso apropiado de la tecnología como herramienta esencial para enseñar en el salón de clases se incluyen la calculadora, las computadoras, los multimedios y permite el acceso al internet para adquirir información. Además esto permite maximizar la productividad, la comunicación y la capacidad de investigación de forma activa en la toma de decisión informada (National Educational Technology Standards, NETS, 2003). El uso de los equipos tecnológicos y programados permite al estudiantado compartir ideas, recursos y experiencias sin importar las distancias. De igual manera, permite que se realicen experimentos y simulaciones que facilitan que el estudiantado construya su propio conocimiento. La tecnología puede contribuir a un aprendizaje de interés más profundo; hace de la experiencia de aprendizaje una activa, entretenida, pertinente y en constante actualización; permite que se individualice de manera óptima; hace que cada individuo con características diferentes tenga experiencias únicas; permite que, desde una perspectiva constructivista, aprenda a utilizarla apropiadamente.

El uso de equipo tecnológico y programado fomenta y apoya de forma efectiva los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La tecnología permite que el estudiantado:

- Tenga una experiencia multisensorial
- Obtenga información actualizada
- Posea una mayor cantidad de ejemplos y representaciones matemáticas, de manera que pueda hacer y explorar conjeturas con mayor facilidad
- Disponga de simulaciones para crear un aprendizaje activo
- Pueda crear conjeturas, ponerlas a prueba y luego validarlas o descartarlas
- Utilice la facilidad de cómputos y el uso de herramientas tales como gráficas, modelos, simulaciones y otras
- Maneje una herramienta de productividad accesible a los estudiantes
- Integre matemática y comunicación para que sus ideas adquieran sentido para él y para otros
- Adquiera o desarrolle el fortalecimiento de abstracciones matemáticas
- Integre la investigación matemática y el estudio de las formas geométricas
- Se enfoque en la toma de decisiones, en la reflexión, en el razonamiento y en la solución de problemas
- Se beneficie de variadas opciones, pues los docentes pueden adoptar la enseñanza para atender al estudiantado con necesidades especiales.

¿Qué es Science, Technology, Engineering & Mathematics (STEM)?

Se refiere a las profesiones o disciplinas académicas relacionadas a las ciencias, la tecnología, las ingenierías y las matemáticas. La educación **STEM**,



permite el desarrollo del enfoque interdisciplinario y aplicado, que se integra con el mundo real a través del aprendizaje basado en problemas. Este puente entre las cuatro disciplinas elimina barreras tradicionales mediante su integración en una enseñanza coherente.

Este enfoque multidisciplinario utiliza innovadoras estrategias educativas para el aprendizaje activo a través de innovaciones e invenciones centradas en el estudiantado, al pretender el desarrollo intelectual y fluidez tecnológica. Promueve que el estudiantado sean pensadores inquisitivos y críticos que promuevan una ética de trabajo necesario para el éxito en el entorno de hoy y en el futuro cultivar las habilidades de pensamiento crítico de alto nivel necesarias en el mundo del trabajo.

Bajo esta iniciativa el docente se convierte en un facilitador eficiente del proceso enseñanza y aprendizaje al utilizar similitudes y puntos en común correspondientes a estas cuatro disciplinas. STEM permite que el docente incorpore el aprendizaje por proyectos propiciando contextos cercanos al estudiantado y situaciones de la vida diaria. En el salón de clases, el docente integra el aprendizaje por proyectos incorporando la tecnología para crear ambientes adecuados y mejorar el aprendizaje al permitir la inclusión de todo el estudiantado en el proceso de aprender evitando presentaciones excesivamente académicas o abstractas, que desconectan la disciplina de la realidad diaria.

La tecnología, especialmente la basada en la computadora, debe ser integrada intencional y sistemáticamente como herramienta para el desarrollo del pensamiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Existen otras tecnologías diseñadas para la sala de clases (simuladores, calculadoras, entre otros) que ayudan en la efectividad de los procesos de enseñar y aprender.

Estrategias Instrucción Diferenciada

La estrategia de educación diferenciada conforma un currículo de alta calidad. Además, responde a la diversidad del alumnado tanto en estilos de aprendizaje, en los aspectos culturales y emocionales, así como en la madurez y el interés que varía de un alumno a otro y en un mismo alumno a lo largo del tiempo y dependiendo de los contenidos a aprender.

Ortiz (2015) establece que para lograr un aprendizaje efectivo, el estudiantado debe encontrarle sentido y pertinencia a lo que el docente le enseña. En este proceso influyen los conocimientos previos que ya el posee, sus intereses, sus creencias, su mejor manera de aprender y sus actitudes respecto de sí mismo y de la escuela. También que el aprendizaje se produce con mayor eficacia en el salón donde el conocimiento está organizado con claridad y



firmeza, el alumnado participa activamente en el proceso de aprendizaje, las evaluaciones son significativas y variadas, y tienen una sensación de seguridad y conexión. Por otro lado, sabemos que la motivación para aprender aumenta cuando sentimos afinidad, interés o pasión por lo que estamos estudiando y procedemos a aprender de una gran variedad de modos, determinados por la configuración de nuestro cerebro, nuestra cultura y nuestro género

Ortiz (2015) estableció que podemos obtener al menos tres conclusiones importantes acerca de la enseñanza y el aprendizaje. En primer lugar, la imagen del alumnado "estándar", aunque reconfortante, no es la realidad sobre lo que inevitablemente existe dentro de cualquier grupo de estudiantado. En segundo lugar, nada sustituye el currículo y la enseñanza de alta calidad en las aulas. En tercer lugar, aun contando con un currículo y una enseñanza de alta calidad, no alcanzaremos la meta de ayudar a cada alumno a encaminar su vida a través de la educación a menos que construyamos puentes entre el estudiante y el aprendizaje. Estas tres conclusiones son el motor que impulsa la diferenciación eficaz. El rol del docente se convierte de guardián o trasmisor de conocimientos a organizador de oportunidades de aprendizaje, motivar y fortalecer estas oportunidades.

La estrategia de Instrucción Diferenciada se utiliza con el objetivo de proveer al estudiantado las herramientas necesarias para un aprendizaje interesante, significativo y profundo. Su función primordial es suplir sus necesidades de manera que puedan construir significado y aplicarlo al mundo que les rodea. Con esta estrategia el proceso de enseñanza y aprendizaje puede ir dirigido a toda la clase, a grupos pequeños o individualmente. Los docentes usan el tiempo, el espacio, los materiales y las estrategias educativas flexiblemente, según las necesidades del aprendiz. Esto con el propósito de maximizar la capacidad del estudiantado para enfrentarse a los distintos retos mediante la diversificación del contenido, el proceso y el producto. La planificación debe dirigirse a diseñar clases diferenciadas por aptitud, por interés y por el perfil. Las salas de clases se conciben como comunidades de aprendizaje donde el estudiantado comparte con el apoyo del docente, la responsabilidad por su crecimiento y la canalización de sus metas educativas.

Lo recomendable es aceptar que hay muchas similitudes, pero tomar las diferencias como elementos clave para la enseñanza y el aprendizaje; es brindar oportunidades para que los estudiantes tengan múltiples opciones para asimilar la información, encontrarle sentido a las ideas y expresar lo que han aprendido. Es decir, "proveer diferentes caminos para adquirir contenido, para procesar la información y para generar productos" Ortiz (2015).

Enseñanza individualizada

La enseñanza individualizada parte del supuesto de que los estudiantes aprenden a diferentes ritmos de aprendizaje un mismo material y lo procesan utilizando mecanismos bajo diferentes condiciones. Esta estrategia pretende proporcionar a cada estudiante un programa de estudio de acuerdo con sus necesidades particulares, ya que considera las diferencias en estilos de aprendizaje, capacidad y ritmo al que se aprende.

La meta fundamental de esta estrategia es adaptar la instrucción para que los aprendices maximicen el aprendizaje. Existen dos estrategias para lograr esto: adaptar la instrucción a las características del estudiante o adaptar la instrucción para que todos los estudiantes logren la tarea. Aunque parezcan similares, estas estrategias son fundamentalmente diferentes. La primera toma en cuenta la naturaleza de la tarea y la del desarrollo conceptual. Debido a que es casi imposible satisfacer todos los estilos de aprendizaje de los estudiantes, un modo de individualizar la enseñanza es utilizar la segunda opción. El fundamento mayor de esta estrategia estriba en que se ha demostrado que los conceptos necesitan desarrollarse en cierto orden, de modo que pareen la capacidad del estudiante, así como los conocimientos y las destrezas que se derivan de este orden (Jonassen y Grabowski, (2012).

Modelo DOK Norman Webb

El Dr. Norman Webb, especialista en el área de evaluación, junto con otros profesionales describió cuatro niveles de profundidad de conocimiento (DOK, por sus siglas en inglés). Esta forma de clasificar el aprendizaje por niveles de profundidad de conocimiento considera lo que es capaz de hacer el estudiante con el conocimiento que aprende con profundidad y además integra los niveles de pensamiento de Bloom; memoria, comprensión, aplicación, análisis, síntesis, evaluación y creatividad. Estos niveles de conocimiento son:

- **Nivel I:** Pensamiento Memorístico (demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendido)
- **Nivel II:** Pensamiento de Procesamiento (demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)
- **Nivel III:** Pensamiento Estratégico (demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta)
- **Nivel IV:** Pensamiento Extendido (extiende su conocimiento a contextos más amplios)

Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento (Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)	
Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos



Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento (Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)	
Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<p>Nivel I: Pensamiento Memorístico (Demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendió)</p> <ul style="list-style-type: none"> Reconoce datos y fuentes de datos (información) para memorizar. Lleva a cabo procedimientos rutinarios o recuerda definiciones. Usa fórmulas, procedimientos o reglas en contextos iguales o bien similares a como los aprendió. Verbaliza lo que ha memorizado, por ejemplo recita datos o pasos de una rutina que recuerda. Reconoce estrategias útiles para recordar y memorizar información, por ejemplo: recuerda y usa información importante. <p>Ejemplos de Matemáticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Recuerda o reconoce hechos, definiciones o términos. Aplica un algoritmo o una fórmula. Determina el área o el perímetro de rectángulos o triángulos a partir de un dibujo. Identifica una figura de dos o tres dimensiones. Mide la longitud de... Lleva a cabo un procedimiento establecido. Evalúa una expresión. Resuelve un problema verbal de un paso. Extrae información e una tabla o una gráfica. Recuerda, identifica o lleva a cabo conversiones entre representaciones o números (fracciones, decimales y porcentos), o dentro y entre sistemas de medida. Localiza números en una recta numérica, o puntos en el plano de coordenadas. Resuelve ecuaciones lineales. Representa relaciones matemáticas en palabras, dibujos o símbolos. 	<p>Define, calcula, cuenta, localiza, ordena, nombra, selecciona, usa, establece, mide, sustituye, dibuja, arregla, reconoce, establece, coloca, utiliza, recuerda partes, forma, aproxima, dibuja, completa, parea, sigue pasos</p>
<p>Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (Demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)</p> <ul style="list-style-type: none"> Comparar y contrastar ideas es característico de este nivel, por ejemplo: Encuentra las características que describen a los objetos, fenómenos, eventos, personas, entre otros. Encuentra ejemplos y contra-ejemplos de un concepto. Identifica o encuentra patrones no triviales. Extiende y aplica sus conocimientos, por ejemplo: Escoge posibles opciones para resolver un problema en contextos nuevos. Resuelve un problema rutinario llevando a cabo dos o más pasos de un proceso que requiere múltiples acciones utilizando conceptos y destrezas aprendidas. Provee 	<p>compara, contrasta, clasifica, relaciona, identifica, describe, relaciona, organiza, especifica, encuentra, escoge, resuelve,</p>

**Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento****(Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)**

Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<p>razonamientos adecuados para observaciones o acciones.</p> <ul style="list-style-type: none">• Formula reglas y explica conceptos en sus propias palabras, por ejemplo, (a) describe patrones no triviales en sus propias palabras, (b) describe el racional para enfocar una situación o problema.• Organiza información o ideas, por ejemplo: clasifica ideas dentro de un arreglo conceptual (marco de referencia). Busca información acerca de un tema o para contestar una pregunta.• Cita evidencia y desarrolla argumentos lógicos y válidos para sostener o justificar sus ideas.• Explica un fenómeno en términos conceptuales, por ejemplo, explica los causantes del calentamiento global y explica y justifica alternativas para disminuir su efecto. y justifica alternativas para disminuir su efecto. <p>Ejemplos de matemáticas:</p> <ul style="list-style-type: none">• Clasifica figuras de dos o tres dimensiones.• Interpreta información de una gráfica.• Utiliza modelos para representar conceptos matemáticos• Resuelve un problema rutinario que requiere varios pasos o la aplicación de múltiples conceptos.• Compara figuras o argumentos.• Compara y contrasta figuras.• Provee la justificación para varios pasos en un proceso.• Extiende un patrón.• Extrae información de una tabla, una gráfica o una figura y la utiliza para resolver problemas de múltiples pasos.• Justifica una solución.• Traduce entre tablas, gráficas, palabras y símbolos.• Selecciona un procedimiento de acuerdo a un criterio específico y lo lleva a cabo. <p>Nivel III: Pensamiento Estratégico (Demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta)</p> <ul style="list-style-type: none">• Crea, revisa y analiza organizadores gráficos para explicar y justificar relaciones entre ideas o conceptos.• Establece y explica o justifica relaciones de causa y efecto, tales como: (a) hace predicciones, (b) formula hipótesis y las prueba, (c) hace inferencias válidas y (d) establece generalizaciones a partir de observaciones.• Extiende y aplica lo que aprendió al resolver problemas no rutinarios o que no ha visto antes.• Justifica y explica lo que sabe mediante análisis de	<p>resume, extiende, aplica, soluciona, decide, explica, justifica, formula</p> <p>integra, crea, explica, formula, infiere, generaliza, interpreta, predice, justifica, explica, analiza, desarrolla, prueba,</p>

Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento (Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)	
Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<p>situaciones utilizando información relevante que proviene de variados recursos para sostener sus argumentos o para explicar conceptos.</p> <p>Ejemplos de matemáticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpreta información en una gráfica compleja. • Explica su razonamiento cuando más de una solución es posible. • Establece y/o justifica una conjetura. • Desarrolla argumentos lógicos para un concepto. • Utiliza conceptos e ideas para resolver problemas. • Lleva a cabo un procedimiento con múltiples pasos y que requieren toma de decisiones. • Generaliza un patrón. • Describe, compara y contrasta diversos métodos para solucionar un problema. • Formula un modelo matemático para una situación compleja. • Provee justificaciones matemáticas. • Resuelve problemas de varios pasos, apoyados con la explicación matemática que justifica una solución. • Formula un problema original para una situación dada. 	<p>argumenta, autoevalúa, sostiene, aplica, construye, concluye, apoya, corrige, produce, genera, compone, critica, colabora, visualiza, correlaciona</p>
<p>Nivel IV: Pensamiento extendido [Extiende su conocimiento a contextos más amplios (30 minutos a varios días)]</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desarrolla y completa un proyecto o tarea que requiere planificación, desarrollo y razonamiento complejo que involucra establecer relaciones entre ideas de varias disciplinas, explicar y justificar ideas en un período extendido de tiempo. • Justifica y explica lo que sabe a través de desarrollar argumentos amplios y válidos (de acuerdo con la disciplina) acerca de un proyecto, por ejemplo, investigar una situación o hipótesis o conjetura. • Localiza y utiliza diferentes fuentes o recursos para argumentar y justificar sus ideas, como por ejemplo, (a) extender los argumentos que sostienen una hipótesis, generalización o conclusión y (b) explicar y justificar una situación, hipótesis o conjetura. • Demuestra que aprende por iniciativa propia, por ejemplo, (a) monitorea su progreso para completar un nuevo proyecto o tarea, (b) propone y explica argumentos relacionados con los pasos o etapas de su proyecto y produce escritos para explicar el progreso que va alcanzando en su tarea o proyecto. <p>Ejemplos de matemáticas:</p>	<p>compone, planifica, desarrolla, crea, aplica, edita, diseña, utiliza, explica, sostiene, investiga, argumenta, localiza, prueba, extiende, generaliza, decide, monitorea, propone, produce, coteja, defiende, evalúa, juzga, distingue, valida, verifica</p>

Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento (Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)	
Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<ul style="list-style-type: none"> Relaciona los conceptos matemáticos con otras áreas de contenido. Relaciona los conceptos matemáticos con aplicaciones del mundo real. Aplica un modelo matemático a una situación o problema. Conduce una investigación que especifica un problema, identifica sus pasos, resuelve el problema y comunica sus resultados. Diseña un modelo matemático que explica o resuelve una situación abstracta. <p>NOTA: El NIVEL IV, requiere aplicar varios enfoques para atender una situación o problema. Involucra la reestructuración e interpretación de datos, establecer y evaluar criterios para resolver un problema.</p>	

A continuación, se presenta el *Assessment* en la sala de clases sugerido para cotejar y clasificar el aprendizaje estudiantil en términos de niveles de profundidad de conocimiento.

Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)	
<p>Nivel I: Pensamiento Memorístico (demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendió)</p> <p>* Reconoce datos y fuentes de datos (información) para memorizar</p> <p>*Lleva a cabo procedimientos rutinarios o recuerda definiciones</p> <p>*Usa formulas o procedimientos en contextos iguales o similares a como los aprendió</p> <p>*Verbaliza lo que ha memorizado, por ejemplo, recita datos o pasos de una rutina que recuerda</p> <p>*Reconoce estrategias útiles para recordar y memorizar información, por ejemplo, 1) Recuerda y usa</p>	Lista focalizada	Expresan vocabulario memorizado relacionado con un concepto	<p>Estudiante: activa su memoria respecto a lo que recuerda relacionado con determinado concepto o proceso. Determina lo que le falta por memorizar.</p> <p>Maestro(a): determina palabras que se pueden asociar con un concepto.</p>	
	Organizadores gráficos <ul style="list-style-type: none"> Flujograma Arañas o redes conceptuales simples 	Organizan pasos de un proceso que memorizaron.	Identifican y mencionan vocabulario que memorizaron relacionado con un tema.	<p>Estudiante: revisa las partes del procedimiento para completarlo y memorizarlo. Recuerda palabras que puede asociar con determinado concepto.</p> <p>Maestro(a): determina si necesita o no ofrecer experiencias de aprendizaje adicionales para mejorar el recuerdo de vocabulario o de un procedimiento.</p>
	Preguntas de respuestas cortas de bajo	Contestan oralmente o por escrito		<p>Estudiante: Determina lo que le falta por memorizar.</p> <p>Maestro(a): Determina lo que</p>



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
<p>información importante 2) Recuerda recursos que puede utilizar para aprender el contenido de un tema, por ejemplo, libro de texto</p> <p>Continuación Nivel I: Pensamiento Memorístico (demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendió).</p>	nivel de pensamiento	palabras, frases u oraciones en la forma en que lo memorizaron.	pueden recordar para reenfocar la enseñanza.
	Preguntas de escoge la mejor alternativa o múltiples respuestas	Escogen entre múltiples opciones la palabra o frase que asocian con lo memorizado.	
	Listas de cotejo	Ejecutan procesos casi igual a como lo aprendieron Expresan ideas casi igual a como las aprendieron.	Estudiante: Se conciencia de los pasos que no pudo y de los que pudo ejecutar. Maestro(a): Determina fortalezas y áreas que debe mejorar el estudiante respecto a la ejecución de un proceso o tarea.
	Ejercicios de pareo	Colocan en el espacio adecuado la palabra del vocabulario memorizado que completa una oración	Estudiante: identifica las relaciones simples que puede establecer entre las partes de ideas memorizadas. Maestro(a): determina si los estudiantes recuerdan ideas importantes para ofrecer experiencias que les ayudan a mantener el recuerdo de las ideas o mejorarlo.
	Ejercicios de llenar espacios en blanco	*Identifican la palabra o frase que completa una oración o idea que memorizaron *Expresan vocabulario memorizado relacionado con un tema.	
	Manos arriba, manos abajo (Por observación)	Responden a preguntas que evocan memoria levantando o bajando las manos, por ejemplo: mano arriba los que recuerdan tres de las cinco	Estudiante: identifica las palabras o frases que ha memorizado con más confianza, ya que solo el maestro observará su mano. Maestro(a): identifica si es necesario o no fortalecer el recuerdo de datos o palabras importantes.

Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
<p>Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (Demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)</p> <p>*Comparar y contrastar ideas es característico de este nivel, por ejemplo:</p> <p>(1) Encuentra las características que describen objetos, fenómenos, eventos, personas, entre otros.</p> <p>(2) Encuentra ejemplos y contra-ejemplos de un concepto.</p> <p>(3) Identifica o encuentra patrones no triviales.</p> <p>*Extiende y aplica sus conocimientos, por ejemplo:</p> <p>(1) Escoge posibles opciones para resolver un problema en contextos nuevos.</p> <p>(2) Resuelve un problema rutinario llevando a cabo dos o más pasos de un proceso que requiere múltiples acciones utilizando conceptos y destrezas aprendidas. (3) Provee razonamientos adecuados para observaciones o acciones.</p> <p>(4)Formula reglas y explica conceptos, por ejemplo,</p> <p>(a) describe patrones no triviales en sus propias palabras,</p> <p>(b) describe el racional para enfocar una situación o problema.</p>	<p>Organizadores gráficos que permiten describir las relaciones, por ejemplo:</p> <p>* Mapas de conceptos</p> <p>* Mapas pictóricos *</p> <p>Mapas semánticos</p> <p>* redes o arañas conceptuales</p> <p>.</p>	<p>características de...</p> <p>*Identifican y describen relaciones o conexiones entre ideas de los conceptos.</p> <p>*Describen relaciones entre conceptos, eventos, entre otros, mediante las palabras o frases conectoras que escriben sobre las flechas que unen conceptos en sus organizadores (mapa: conceptual, pictórico y semántico y red conceptual.)</p> <p>*Encuentran ejemplos para los conceptos o ideas que incluyen en sus mapas.</p> <p>* Describen la logística de sus organizadores y explican sus entendimientos de los conceptos que incluyen en sus organizadores, ya sea oralmente o por escrito.</p>	<p>Estudiante: *Se conciencia:</p> <p>(1) de las relaciones entre conceptos que debe hacer para demostrar su entendimiento del concepto o tema,</p> <p>(2) de las conexiones que aún no puede hacer y</p> <p>(3) tanto de lo que ha aprendido correctamente como de sus errores conceptuales.</p> <p>* Si se le provee el tiempo, el modelaje y rúbricas con criterios claros, puede auto-evaluar sus organizadores, ya que conociendo lo que se espera y comparándolo con lo que ha ejecutado puede mejorarlos para demostrar cómo está ampliando y cotejando la calidad de sus conocimientos. Maestro(a):</p> <p>*Los mapas de diversos tipos y, en ocasiones, las redes conceptuales facilitan al maestro:</p> <p>(1) cotejar la validez de las conexiones o relaciones entre ideas o conceptos relacionados con un tema.</p> <p>(2) identificar ideas incompletas o conceptos erróneos.</p> <p>(3) tomar decisiones informadas respecto a las experiencias de aprendizaje que necesitan los estudiantes.</p>
	<p>Ejercicios de múltiples respuestas de alto nivel</p>	<p>Asocian ideas aprendidas y las aplican en nuevos contextos.</p>	<p>Estudiante y maestro:</p> <p>Identifica:</p> <p>(1) ideas erróneas y</p> <p>(2) los contextos donde aplica</p>



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment para aprender</i>)
<p>Continuación - Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (Demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos, destrezas, más allá de la memoria)</p> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas.)</p>			<p>o no aplica el concepto. Maestro: Examina la validez y confiabilidad de los ítems. Estructura nuevas oportunidades para que los estudiantes evidencien sus entendimientos</p>
	Bosquejo incompleto	En un bosquejo incompleto dado bosquejan los temas y sub-temas utilizando frases, palabras y oraciones cortas para representar la conexión entre las partes de, por ejemplo, obra o película observada o lectura realizada.	<p>Estudiante: Ordena en categorías dadas o autogeneradas, las ideas que recuerda en un contexto diferente. Utiliza vocabulario relacionado con los temas en el contexto apropiado. Reflexiona acerca de cuánto le ayudó la actividad a aprender con entendimiento. Maestro: Devuelve los bosquejos cotejados, junto con el que preparó para que los estudiantes identifiquen los patrones que emergen. Identifica fortalezas y áreas para mejorar en el entendimiento del tema o en la redacción de bosquejos</p>
	Preguntas abiertas de alto nivel Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos.	Mediante respuestas a preguntas abiertas basadas en situaciones de vida diaria evidencian si pueden aplicar conceptos de la disciplina en contextos nuevos.	<p>Estudiante: identifica (1) sus ideas erróneas y la de sus pares (2) los contextos donde aplican o no aplican la ideas de un concepto. Maestro: *Examina la validez y confiabilidad de las ideas expresadas utilizando criterios claros y enfocados en el contenido de la disciplina. *Identifica si el estudiante puede aplicar adecuadamente las ideas del concepto, valores, destrezas o procesos a situaciones nuevas dadas o auto-generadas y planifica, de acuerdo con las necesidades identificadas.</p>
	Tareas de ejecución basadas, por ejemplo, en	*Aplican lo aprendido en tareas no rutinarias, por	<p>Estudiante: Coteja su ejecución basándose en criterios que le permiten entender lo que se espera</p>

Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
	solución de problemas, incluyendo verbales no rutinarios	ejemplo, en la solución de problemas pertinentes. *Demuestran	que ejecuten. Explica cómo integra y expande lo aprendido para, por ejemplo, solucionar problemas no rutinarios y extender y mejorar procedimientos.
	Diarios enfocados en solución de problemas	que pueden extender sus conocimientos, identificar patrones y buscar posibles soluciones a problemas entre varias alternativas o extender procedimientos	Maestro(a): *Examina la validez de los procesos, por ejemplo, de solución de problemas utilizado por el estudiante. * Ofrece retrocomunicación para ayudarlo a determinar fortalezas y áreas para mejorar. *Coteja el uso del vocabulario en el contexto apropiado. *Examina si es necesario fortalecer, tanto el proceso de solución de problemas como el contenido en el cual se basa el problema.
	Diversos tipos de tareas escritas:	*Escriben, ensayos y cartas a un amigo para aplicar y explicar en sus propias palabras: las conexiones que pueden hacer entre, (1): las ideas aprendidas, (2) los pasos seguidos en la solución de un problema. *Expanden ideas que generan los miembros de pequeños grupos respecto a conceptos, valores, procesos, entre otros.	Estudiante: *Demuestra: (1) cómo extiende y aplica lo que está aprendiendo por escrito, utilizando el vocabulario adecuado y ordenando sus ideas. (2) expresa su entendimiento de lo que está aprendiendo, (3) reconoce lo que sabe y lo que le falta por aprender. Maestro(a): *Examina la validez de las ideas del estudiante. * Ofrece retrocomunicación para determinar fortalezas y áreas para mejorar. *Coteja el uso del vocabulario en contexto. *Examina si es necesario fortalecer áreas de contenido, de procesos, destrezas y valores característicos de la disciplina.
	Portafolios	Seleccionan las evidencias que	Estudiante: Demuestra mediante variadas formas



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
		<p>mejor demuestran cómo expanden y aplican lo que están aprendiendo.</p>	<p>que puede extender y aplicar los conocimientos que está desarrollando. Maestro(a): Coteja cuán bien está extendiendo y aplicando lo que aprende y ofrece retrocomunicación para que reconozca lo que puede hacer para mejorar sus evidencias.</p>
	<p>Diagramas de Venn</p>	<p>*Identifican parecidos y diferencias entre ideas de los conceptos que están aprendiendo, por ejemplo, objetos, fenómenos y eventos. *Encuentran ejemplos para las ideas que incluyen en sus diagramas. * Explican, más ampliamente, debajo del diagrama u oralmente los entendimientos de las ideas que incluyen en sus diagramas. *Aplican el vocabulario relacionado con el tema de estudio.</p>	<p>Estudiante: *Se conciencia: (1) de los objetos, ideas, eventos o fenómenos que puede comparar y contrastar. (2) reconoce relaciones que debe hacer para demostrar su entendimiento del concepto o tema, (3) de las conexiones que aún no puede hacer y (4) tanto de lo que ha aprendido correctamente como de sus errores conceptuales. * Si se le provee el tiempo y rúbricas con criterios claros, puede auto-evaluar sus diagramas para demostrar que cotejó la calidad de sus conocimientos. Maestro(a): Puede cotejar la validez de las comparaciones y contrastes entre ideas o conceptos relacionados con un tema y el uso apropiado del vocabulario.</p>
<p>Nivel III: Pensamiento Estratégico (Demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta) *Crea, revisa y analiza organizadores gráficos para explicar y justificar relaciones entre ideas o conceptos. * Establece y explica o justifica relaciones de causa y</p>	<p>Informes escritos u orales, ensayos y otros tipos de escritos</p> <p>Preguntas abiertas</p>	<p>*Explican lo que entienden, justifican lo que hacen o saben y cómo lo hacen para demostrar la validez de ideas y argumentos. *Explican ampliamente</p>	<p>Estudiante: Monitorea la profundidad de sus conocimientos y determina la validez de ideas y entendimientos. Maestro(a): *Identifica la profundidad del conocimiento desarrollado por los estudiantes. *Utiliza los hallazgos del monitoreo o <i>assessment</i> para: modificar tareas, de modo que faciliten a los</p>

Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
<p>efecto; (a) hace predicciones, (b) formula hipótesis, (c) hace inferencias válidas y (d) establece generalizaciones a partir de observaciones.</p> <p>*Extiende y aplica lo que aprendió al resolver problemas no rutinarios o que no ha visto antes. * Justifica y explica lo que sabe mediante análisis de situaciones utilizando información relevante que proviene de variados recursos para sostener sus argumentos o para explicar conceptos. * Cita evidencia y desarrolla argumentos lógicos para sostener o justificar sus ideas. *Explica un fenómeno en términos conceptuales y explica y justifica alternativas para disminuir su efecto.</p>	<p>Diarios</p>	<p>fenómenos, efectos y posibles soluciones. *Demuestran que pueden aplicar lo aprendido en nuevos contextos. *Utilizan vocabulario adecuado en nuevos contextos.</p>	<p>estudiantes demostrar pensamiento estratégico, seleccionar criterios que ayuden a los estudiantes a auto-cotejar sus contestaciones y a concienciarse de sus limitaciones y fortalezas y diseñar nuevas experiencias de aprendizaje</p>
	<p>Portafolios</p>	<p>Como dueños de sus portafolios, seleccionan trabajos donde demuestran conocimientos variados asociados con el pensamiento descrito en este nivel. Explican lo que incluyen en sus portafolios y justifican por qué lo seleccionaron.</p>	<p>Estudiante: Monitorea la calidad de sus evidencias respecto a validez del contenido de los trabajos, de sus explicaciones y justificaciones. Maestro(a): *Coteja la calidad del conocimiento, de la capacidad para conectar, adecuadamente, múltiples ideas en los trabajos seleccionados. *Examina la validez de las explicaciones y las justificaciones. Ofrece retrocomunicación y utiliza los datos del cotejo para ofrecer nuevas experiencias de aprendizaje.</p>
	<p>Exámenes tradicionales con ejercicios de alto nivel de pensamiento, que promuevan explicar y justificar lo que seleccionan o saben.</p>	<p>Demuestran mayor profundidad de conocimiento al explicar y justificar su selección entre posibles respuestas o al explicar o justificar por qué la premisa es cierta o falsa.</p> <p>Explican la validez de sus ideas o conocimientos.</p>	<p>Estudiante: Determina si ha logrado un entendimiento lo suficientemente profundo del contenido o destrezas que ha estado aprendiendo. *Explica cómo puede mejorar sus respuestas. Maestro(a): Examina los resultados para: analizar los ítems, en términos de validez y confiabilidad.*Determina los contenidos de mayor dificultad y diseña nuevas tareas para ayudar a los estudiantes a demostrar mejor sus entendimientos.</p>



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
<p>Continuación - Nivel III: Pensamiento Estratégico (Demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta)</p>	<p>Diversos tipos de tareas escritas</p>	<p>*Escriben ensayos y cartas a un amigo para explicar o justificar cómo aplican el concepto o destreza y valores en otras situaciones. *Completan ideas que generan los miembros de pequeños grupos respecto a conceptos, valores, procesos. * Escriben ensayos para analizar y explicar situaciones de la vida diaria indicando cómo aplica lo aprendido en la situación presentada.</p>	<p>Estudiante: *Examina: la profundidad de sus ideas, la validez de argumentos y procesos para solucionar problemas, si ha utilizado el vocabulario apropiadamente. *Comparte sus conocimientos con pares y encuentra formas de mejorar. *Determina lo que puede o no puede explicar o justificar y lo mejora. Maestro (a) *Examina la validez de las ideas y el uso del vocabulario. *Determina los contenidos de mayor dificultad y diseña nuevas tareas para que los estudiantes demuestren mejor su entendimiento.</p>
<p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas.)</p>	<p>Trabajos de creación, tales como: obras de teatro, simulaciones y juegos</p>	<p>Aplican lo aprendido en sus obras de creación explicando y justificando sus conocimientos. Utilizan el vocabulario en el contexto apropiado en situaciones pertinentes para ellos.</p>	<p>Estudiante: Coteja la calidad de su ejecución basándose en criterios que le permiten entender lo que se espera que ejecute. Explica y justifica cómo integra y expande lo aprendido a través del contenido, valores y destrezas de la disciplina en la que se basa su trabajo de creación. Maestro(a): Examina la validez del contenido utilizado por el estudiante, le ofrece retrocomunicación para ayudarlo a determinar fortalezas y áreas para mejorar. Coteja el uso del vocabulario en el contexto apropiado. Examina si es</p>



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
	Organizadores gráficos, tales como: Mapas de conceptos y pictóricos y diversos tipos de gráficas que representen datos pertinentes al tema bajo estudio	Analizan sus organizadores gráficos para explicar sus contenidos y justificar sus partes y para establecer generalizaciones.	necesario fortalecer áreas de contenido, destrezas y valores mediante experiencias de aprendizaje adicionales. Estudiante: *Examina: su organizador gráfico para encontrar ideas válidas y formas de explicar mejor sus conocimientos y decide lo que puede mejorar y lo arregla. Maestro(a) * Examina la validez del contenido utilizado por el estudiante, ofrece retrocomunicación para ayudarlo a determinar fortalezas y áreas para mejorar. *Verifica los criterios de acuerdo con las necesidades de los estudiantes y promueve que los estudiantes los usen para cotejar sus propios trabajos y los de sus pares. *Junto con los estudiantes determina la forma más justa de otorgar puntuaciones, niveles de ejecución o notas.
<p>Nivel IV: Pensamiento extendido [Extiende su conocimiento a contextos más amplios (30 minutos a varios días)] *Desarrolla y completa un proyecto o tarea que requiere planificación, desarrollo y razonamiento complejo que involucra establecer relaciones entre ideas de varias disciplinas, explicar y justificar ideas en un período extendido de tiempo.</p> <p>*Justifica y explica lo que sabe a través de desarrollar argumentos amplios y válidos (de acuerdo con la disciplina) acerca de un proyecto, por ejemplo, investigar una situación o hipótesis o</p>	<p>Compendio de tirillas de alto nivel de pensamiento</p> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos</p>	<p>*Conectan múltiples ideas de lo que están aprendiendo y seleccionan las que escribirán en los parlamentos que escribirán en las nubes de sus tirillas. *Seleccionan tirillas comerciales o las crean y, en los parlamentos, incluyen explicaciones y justificaciones de sus entendimientos</p>	<p>Estudiante: *Coteja la calidad de sus conocimientos durante el proceso de crear un libro de tirillas respecto a un tema o concepto. *Modifica, explica y justifica, tanto el proceso de crear su libro como la validez del contenido del mismo, a la luz de criterios que entiende y valora. Maestro: Ofrece retrocomunicación y verifica la validez del contenido de las tirillas basado en criterios claros y pertinentes al contenido de la materia.</p>



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
<p>conjetura. * Localiza y utiliza diferentes fuentes o recursos para argumentar y justificar sus ideas, como por ejemplo, (a) extender los argumentos que sostienen una hipótesis, generalización o conclusión y (b) explicar y justifica una situación, hipótesis o conjetura.</p> <p>* Demuestra que aprende por iniciativa propia, por ejemplo, (a) monitorea su progreso para completar un nuevo proyecto o tarea, (b) propone y explica argumentos relacionados con los pasos o etapas de su proyecto y produce escritos para explicar el progreso que va alcanzando en su tarea o proyecto.</p>	<p>(pueden organizarse en rúbricas.)</p>	<p>respecto a los conceptos que están aprendiendo.</p> <p>* En aprendizaje cooperativo describen las ideas que van elaborando a través de diversas actividades y las explican a través de los personajes de sus tirillas.</p>	
	<p>Exámenes tradicionales con ejercicios de alto nivel de pensamiento, que promuevan revisar contestaciones, explicar y justificar lo que saben y demostrar sus entendimientos en nuevas versiones de los exámenes.</p>	<p>Demuestran mayor profundidad de conocimiento al explicar y justificar sus ejecuciones, a través de la reflexión y nuevas oportunidades para contestar nuevas versiones del examen</p>	<p>Estudiante: Determina si ha logrado un entendimiento lo suficientemente profundo del contenido o destrezas que ha estado aprendiendo. *Explica cómo puede mejorar sus respuestas</p> <p>Maestro(a): Examina los resultados para: analizar los ítems, en términos de validez y confiabilidad.</p> <p>*Determina los contenidos de mayor dificultad y diseña nuevas tareas para ayudar a los estudiantes a demostrar mejor sus entendimientos.</p>
	<p>Organizadores gráficos:</p> <p>Mapas pictóricos</p> <p>Mapas conceptuales</p>	<p>*Demuestran:</p> <p>(1) cómo van cambiando sus entendimientos de los contenidos, destrezas, actitudes, disposiciones</p> <p>(2) el uso del vocabulario que están desarrollando a través del estudio de un tema o unidad,</p> <p>(3) lo que aprenden, por</p>	<p>Estudiante: *Monitorea sistemáticamente la calidad de sus conocimientos, a la luz de criterios que entiende y valora, durante su proceso de aprendizaje de un concepto o tema o de un tema autoseleccionado. *Coteja, tanto la calidad de sus conocimientos como la de sus pares, *Revisa sus ejecuciones y las va modificando basándose en auto-cotejos y en sus nuevos aprendizajes.</p> <p>Maestro(a): * A la luz de criterios basados en contenido, procesos y</p>

Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
		<p>qué lo aprenden y cómo lo aprenden. *Seleccionan y describen los medios que utilizan para aprender y seleccionan trabajos o ejecuciones que mejor representan sus aprendizajes. *Auto-cotejan sus tareas y la de pares.</p>	<p>destrezas monitorea, cómo extienden, aplican y justifican sus ideas y procedimientos. Identifica ideas incompletas o erróneas y en muchos casos, puede identificar las ideas pre-concebidas que originan errores conceptuales.</p>
	<p>Diarios Portafolios</p>	<p>* Explica lo que está aprendiendo, cómo lo está aprendiendo * Demuestra las conexiones válidas que puede hacer entre las ideas de los conceptos, destrezas y valores que va desarrollando *Monitorea sistemáticamente la calidad de sus aprendizajes y el de pares, utilizado criterios que conoce y valora * Establece sus metas y evalúa el logro de las mismas.</p>	<p>Estudiante: Se concientiza de: (1) sus fortalezas y sus áreas para mejorar al descubrir lo que puede o no puede explicar, (2) las conexiones que puede establecer entre los conceptos que va desarrollando, (3) monitorea con criterios que conoce y valora la calidad y validez de las descripciones, explicaciones y justificaciones de las ideas que escribe en sus entradas al diario. * Monitorea sus ejecuciones, sus actitudes y disposiciones para identificar lo que está afectando el logro de su meta y toma decisiones para mantener la calidad de sus procesos o mejorarlos Maestro(a) *Coteja la validez de las ideas y procedimientos y ofrece retrocomunicación para ayudarles a concientizarse de sus fortalezas y de las áreas que deben mejorar. * Facilita y promueve el auto-cotejo de los trabajos y la</p>



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
			<p>toma de decisiones, respecto a formas de mejorar sus conocimientos.</p> <p>* Facilita y promueve el auto-cotejo de sus manifestaciones de valores y sus disposiciones para aprender, tanto Individual como cooperativamente.</p> <p>*Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica en el proceso.</p> <p>* Basándose en los hallazgos que arrojan los cotejos sistemáticos y continuos de los trabajos:</p> <p>(1) junto con sus estudiantes puede identificar y seleccionar nuevas actividades de aprendizaje para que puedan clarificar, extender y aplicar lo que están aprendiendo en el contexto de las tareas que están realizando,</p> <p>(2) identificar, las necesidades, fortalezas e intereses, manifestación de valores y disposiciones para aprender y planificar de acuerdo con los hallazgos.</p>
	<p>Propuestas o guías de investigación</p>	<p>*Identifican áreas o temas de interés y generan modos para investigarlas por su propia iniciativa o con guías provistas por el maestro(a)</p> <p>*Explican la forma en que están aprendiendo y explica y justifican la pertinencia del conocimiento que van</p>	<p>Estudiante: *Monitorean sus ejecuciones, sus actitudes y disposiciones para identificar lo que está afectando el logro de su meta y toma decisiones para mantener la calidad de sus procesos o mejorarlos</p> <p>*Auto-evalúa la calidad de sus conocimientos y la validez de sus procedimientos basándose en criterios claros y pertinentes.</p> <p>Maestro(a): *Coteja, en la marcha, la validez de las ideas y procedimientos y ofrece retrocomunicación positiva para ayudarles a concienciarse de sus fortalezas y de las áreas que</p>

Niveles de profundidad de conocimiento	Assesment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assesment</i> para aprender)
<p>Continuación Nivel IV:</p>		<p>desarrollando con argumentos válidos. *Expanden ideas que generan, tanto individualmente como cooperativamente, respecto a conceptos, valores, procesos, entre otros.</p>	<p>deben mejorar. Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica en el proceso. *Basándose en los hallazgos que arrojan los cotejos de los trabajos ofrece experiencias de aprendizaje adicionales para que los estudiantes clarifiquen, extiendan y apliquen lo que están aprendiendo en el contexto de las tareas que están realizando.</p>
	<p>Preguntas abiertas amplias</p>	<p>Van conectando y elaborando ideas acerca de los conceptos, procesos, valores que van desarrollando en diferentes momentos y contextos.</p>	<p>Estudiante: *Monitorea sus ejecuciones, sus actitudes y disposiciones para identificar lo que está afectando el logro de su meta y toma decisiones para mantener la calidad de sus contestaciones o tareas mejorarlas. *Auto-evalúa la calidad de sus conocimientos y la validez de sus</p>
	<p>Poemas de varios tipos, incluyendo los concretos de alto nivel de pensamiento nivel de pensamiento.</p>	<p>*Expanden ideas que generan, tanto individualmente como cooperativamente, respecto a conceptos, valores, procesos, entre otros. * Los escritos que van creando pueden terminar en poemarios que expresan sus entendimientos acerca de lo que están aprendiendo.</p>	<p>procedimientos basándose en criterios claros y pertinentes y desarrolla nuevas versiones para incorporar nuevos conocimientos. Maestro(a): *Coteja, en la marcha, la validez de las ideas y procedimientos y ofrece retrocomunicación positiva para ayudarles a concienciarse de sus fortalezas y de las áreas que deben mejorar. *Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica en el proceso. *Basándose en los hallazgos que arrojan los cotejos de los trabajos ofrece experiencias de aprendizaje adicionales para que los estudiantes clarifiquen, extiendan y apliquen lo que están aprendiendo en el contexto</p>
	<p>*Informes orales y otros tipos de</p>	<p>Describen el proceso de preparar los</p>	<p>deben mejorar. Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica en el proceso. *Basándose en los hallazgos que arrojan los cotejos de los trabajos ofrece experiencias de aprendizaje adicionales para que los estudiantes clarifiquen, extiendan y apliquen lo que están aprendiendo en el contexto</p>



Niveles de profundidad de conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> para aprender)
<p>Pensamiento extendido [Extiende su conocimiento a contextos más amplios (30 minutos a varios días)]</p>	<p>escritos, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ensayos - Guiones escritos para: dramas, obras, cuentos - Monografías 	<p>escritos, como van ampliando sus conocimientos, justifican la aplicabilidad de sus ideas dentro de diversos contextos, explican cómo encontraron los recursos necesarios y cómo fueron cotejando sus escritos hasta la producción del documento final.</p>	<p>de las tareas que están realizando.</p> <p>* Crea los ambientes necesarios para promover auto-aprendizaje y apertura a la diversidad.</p>
	<p>Ejercicios para completar idea</p>	<p>*Dadas palabras relacionadas con el tema o concepto construyen ideas válidas con las palabras asignadas y luego las arreglan lógicamente en un escrito.</p> <p>*Junto con pares construyen ideas válidas con las palabras asignadas y luego las organizan en el escrito del grupo o lo presentan oralmente.</p> <p>*Cada miembro, en forma individual, expande el escrito del grupo. A través del mismo, justifica sus ideas con argumentos</p>	<p>Estudiante: Revisa sus ideas para ampliarlas a través de la búsqueda de información y el intercambio de ideas con pares. *Examina su capacidad para respetar y tolerar ideas divergentes Maestro(a) *Coteja, en la marcha, la validez de las ideas y ofrece retro comunicación positiva para ayudarles a concienciarse de sus fortalezas y de las áreas que deben mejorar.</p> <p>*Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica durante el proceso</p> <p>*Promueve ambientes que promueven el desarrollo de destrezas sociales, especialmente, la tolerancia y el respeto a la diversidad.</p>

Niveles de profundidad de conocimiento	Assesment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assesment</i> para aprender)
		sostenidos con citas de referencias y con experiencias vividas en la clase o con situaciones de vida diaria.	

Rol del Docente

La interacción entre estudiantes y maestros constituye el quehacer principalísimo de la escuela. Las demás actividades escolares deben estar orientadas a facilitar la docencia, mejorar la gestión educativa y fortalecer los servicios de la escuela a la comunidad. Nuestros docentes son sumamente valorados por su compromiso diario en su gestión pedagógica, son creativos, innovadores, que están identificados con la filosofía y los fines organizacionales: comprometidos y solidarios, altamente calificados y eficientes, responsables, honesto y disciplinado.

El docente es el facilitador del proceso de enseñanza. Es el hacedor de currículo en el sentido práctico del quehacer diario en la sala de clases. Al incorporar las estrategias y metodologías expuestas anteriormente, el docente debe seguir una filosofía constructivista que lo dirija a lograr la excelencia educativa.

Para alcanzar la excelencia de la enseñanza de matemáticas, el docente debe convertirse en agente de cambio constructivo. Esto se logra al incorporar nuevos enfoques en sus prácticas educativas y demostrar su compromiso como educador. Para que el docente logre estas expectativas y pueda demostrar sus habilidades y capacidades, se han desarrollado los **Estándares Profesionales para los Maestros de Ciencias y Matemáticas de Puerto Rico** (Instituto para el Desarrollo Profesional del Maestro, 2008), que se resumen a continuación.

1. El docente los conceptos, los procesos y las destrezas propias de las matemáticas que enseña.
2. El docente posee las destrezas básicas de investigación matemática que le permiten ayudar a sus estudiantes a desarrollar éstas efectivamente.
3. El docente es un comunicador efectivo que facilita el aprendizaje y el uso adecuado del lenguaje matemático en el nivel en que se encuentran sus estudiantes.



4. El docente conoce a sus estudiantes, los comprende, los respeta y crea un ambiente que propicia el aprendizaje activo, la interacción social y la automotivación.
5. El docente selecciona y diseña estrategias instruccionales que promuevan el desarrollo de destrezas cognoscitivas simples y complejas.
6. El docente propicia la integración de conceptos dentro de y entre las ciencias naturales y las matemáticas, a la vez que promueve el desarrollo de conexiones con otras disciplinas y con las experiencias de sus estudiantes.
7. El docente selecciona, adapta, hace uso de materiales y equipo instruccional y crea sus propios recursos de manera que estimule la exploración, comprensión y aplicación de las matemáticas.
8. El docente utiliza una fuente variada de recursos instruccionales, como son los recursos humanos y físicos de la comunidad y las experiencias de campo que destacan la pertinencia de las matemáticas en nuestro mundo.
9. El docente logra interesar a los estudiantes en las matemáticas y lo motiva a participar regular y activamente en las diferentes actividades educativas.
10. El docente recopila, organiza e interpreta información que facilita la reflexión sobre el proceso de aprendizaje de sus estudiantes y permite hacer juicio sobre las ejecutorias de éstos.
11. El docente establece vínculos con los padres o encargados y la comunidad para construir experiencias educativas pertinentes a los estudiantes.
12. El docente de matemáticas analiza continuamente la efectividad de las experiencias de aprendizaje que provee a sus estudiantes con el propósito de mejorar su práctica educativa.
13. El docente valora su profesión, se mantiene actualizado en su disciplina y en las nuevas prácticas efectivas.

Los estándares profesionales ayudan a delinear las capacidades que debe poseer el docente de matemáticas. Éstos son:

- **Dominio del contenido matemático y su importancia para la vida:** Domina las matemáticas que va a enseñar y tiene un



conocimiento más amplio para lograr que el contenido resulte motivador y pertinente a la vida de los estudiantes. Es capaz de establecer conexiones apropiadas entre los temas de la matemática, con otras disciplinas y con las experiencias de los estudiantes.

- **Capacidad para enseñar matemáticas:** Estimula a sus estudiantes a entender, usar y apreciar el significado de los conceptos y procesos matemáticos. Conoce la naturaleza del aprendizaje de las matemáticas y utiliza diferentes estrategias y métodos de evaluación con el propósito de crear un ambiente óptimo que sea retador y atractivo para el aprendiz.
- **Capacidad de mantenerse actualizado:** Asume la responsabilidad de actualizar sus conocimientos, tanto de la disciplina como de las teorías de aprendizaje y los modelos de enseñanza. Se mantiene informado y participa en actividades de crecimiento profesional.
- **Asumir el rol de agente innovador:** El docente no debe ser un espectador de los cambios en el currículo. Como agente innovador, asume la responsabilidad y tiene la capacidad para generar cambios en la experiencia educativa.

El docente desde la perspectiva constructivista

Enseñar no es una tarea homogénea, es mucho más que metodología. Es que enseñar y aprender son procesos complejos e interdependientes, que ocurren como resultado de una sociedad globalizada. La perspectiva constructivista define el rol del docente en el proceso de enseñanza como un provocador de situaciones de aprendizaje que explora el conocimiento previo de los estudiantes y proporciona el ambiente adecuado para el aprendizaje significativo.

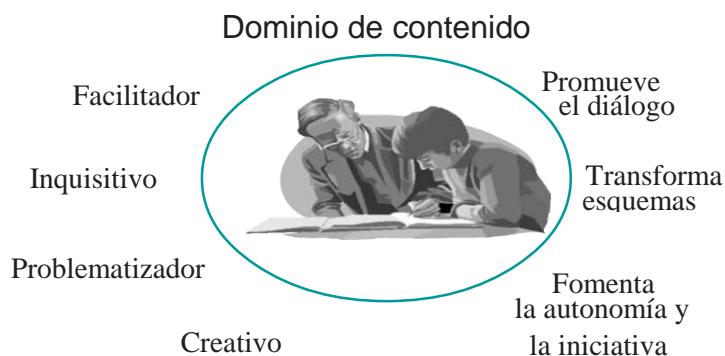
Es fundamental que el docente modele una conducta apropiada, guíe las actividades del estudiantado y provea ejemplos variados en vez de utilizar la práctica común de impartir y dirigir Marco Curricular (2003). Es el propio estudiantado quien habrá de lograr la transferencia de lo teórico hacia ámbitos prácticos. Se ha denominado constructivista al proceso que sigue al actuar sobre su realidad (Delval 2000, p.70) donde va construyendo propiedades de ésta al mismo tiempo que construye su propia mente.

Para el constructivismo la enseñanza no es una simple transmisión de conocimientos, es en cambio la organización de métodos de apoyo que permiten



a los alumnos a la construcción de su propio saber. En este sentido, la enseñanza constructivista, es mejor aprendida a través de un desarrollo profesional constructivista. En lugar de recibir conocimiento de los expertos en sesiones de adiestramiento, el personal docente debe colaborar con sus pares, investigadores y hasta con sus propios estudiantes para dar sentido al proceso de enseñanza aprendizaje dentro de sus contextos.

El docente constructivista...



(Vázquez/Negrón, 2000)

Desde la perspectiva constructivista, el desarrollo profesional debe incluir actividades como: la investigación-acción, conversatorios entre pares que viabilicen el intercambio de ideas, estrategias innovadoras, tecnologías, creencias y supuestos relacionados con el proceso de enseñanza y otras. El desarrollo profesional entre pares es un ingrediente necesario en el desarrollo personal Marco Curricular (2003)

EL PROCESO DE EVALUACIÓN, ASSESSMENT Y MEDICIÓN

La evaluación del aprendizaje

La evaluación del estudiantado es uno de los elementos fundamentales para la transformación de los sistemas educativos. Es un proceso sistemático por medio del cual se emiten juicios necesarios en relación con la implementación de la instrucción en la sala de clases y la ejecución académica del estudiantado. Según Rodríguez-Irlanda (2007), la



evaluación del aprovechamiento escolar satisface tres necesidades fundamentales del educador:

- Investigar qué necesitan aprender los alumnos; esto es, qué es lo que debe enseñárseles
- Investigar cómo puede el docente ayudarles más eficazmente a aprender lo que necesitan aprender.
- Determinar el progreso alcanzado en el desarrollo de sus objetivos de instrucción.

El proceso sistemático de evaluación contribuye a:

- Demostrar las metas de transferencia y adquisición en la aplicación de los conceptos aprendidos.
- Obtener información sobre el proceso y el producto del aprendizaje del estudiantado.
- Reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje; por consiguiente, mejorar la ejecución académica mediante la generación de ideas e intervenciones que contribuyan al aprendizaje futuro del estudiantado.
- Desarrollar procesos de autoevaluación para determinar el progreso alcanzado y emitir juicios acerca del aprendizaje.
- Emitir juicios en relación con el aprovechamiento y el crecimiento académico del estudiantado.
- Determinar la calidad de las estrategias de instrucción y el alcance de los estándares y objetivos anuales medibles (AMO, por sus siglas en inglés).

Tipos de evaluación

La evaluación del crecimiento académico es un proceso sistemático y continuo. Además, permite emitir juicios sobre el aprovechamiento académico alcanzado por el estudiante en relación con el desarrollo de conceptos, destrezas y actitudes alineados a los estándares de contenido por grado y por materia. El DEPR utiliza los siguientes tipos de evaluación de acuerdo a sus respectivos propósitos:

1. Evaluación diagnóstica

- Se identifican las fortalezas del estudiante y las dificultades dentro de un contenido dado. Por medio de esta se pueden identificar necesidades académicas recurrentes en grupo para determinar posibles estrategias e intervenciones.

2. Evaluación formativa



- Se determina si el estudiante está progresando en el logro de los objetivos previamente establecidos para ofrecer refuerzo en la enseñanza como seguimiento al proceso de aprendizaje e identificar problemas o dificultades.
- Se determina el progreso del estudiante utilizando los avalúos formativos que son implementados por el docente como parte de las actividades planificadas que forman parte de la instrucción diaria en la sala de clases.
- Se valida si se cumplió la meta de transferencia del mapa curricular utilizando las tareas de desempeño. Estas tareas demuestran el nivel de crecimiento académico del estudiante a través de una de SU tarea de ejecución y se evalúa con una rúbrica. Las tareas de desempeño representan la evaluación sumativa de la unidad. Por otra parte, se convierten en formativas en el contexto de la nota final del estudiante como parte de la acumulación de puntos para completar un semestre o año escolar.
- Los instrumentos estandarizados de evaluación del DEPR también formarán parte de la evaluación formativa del estudiante.

3. Evaluación sumativa

- Se determina el logro alcanzado por el estudiante en torno a su crecimiento académico al finalizar una unidad, semestre, curso o programa, en relación con los objetivos esperados y previamente establecidos. Las acumulaciones de tareas de desempeño junto a otras evaluaciones formativas constituyen la evaluación sumativa del estudiante para adjudicar notas.

4. Evaluación para la determinación de aprovechamiento y crecimiento académico

- La determinación del aprovechamiento académico en relación con el grado y la materia se establece por medio de los resultados de pruebas estandarizadas y otros instrumentos para recopilar la información sobre la ganancia académica de los estudiantes. Actualmente, el DEPR establece cuatro niveles de aprovechamiento académico: pre-básico, básico, proficiente y avanzado.



- El crecimiento académico se determina al comparar el movimiento ascendente del estudiante entre los subniveles de aprovechamiento por dos años consecutivos.

Medición, assessment y evaluación

La medición y el assessment son parte de la evaluación formativa y sumativa y se utilizan durante el proceso de enseñanza aprendizaje para recopilar información sobre el crecimiento académico. Luego de implementar unas experiencias de enseñanza-aprendizaje, el docente debe conocer hasta qué punto sus alumnos han logrado un aprendizaje auténtico y significativo. Para esto debe referirse a los procesos de medición, *assessment* y la evaluación que le permitirán establecer las relaciones correspondientes entre la instrucción, el logro de los objetivos y el crecimiento académico.

En el campo de la educación, los términos medición y evaluación se utilizan como sinónimos; sin embargo, aunque ambos términos están relacionados y uno es auxiliar del otro no significan lo mismo. La evaluación se define como un proceso que consiste en obtener información sistemática y objetiva acerca de un fenómeno y en interpretar dicha información a fin de seleccionar entre distintas alternativas de acción Rodríguez-Irlanda (2007). Por lo general, la evaluación responde a las siguientes preguntas:

¿Qué y cómo aprenden los estudiantes?

¿Cuál es el crecimiento académico de cada estudiante?

¿Cómo contribuyen los datos de la evaluación a la toma de decisiones?

¿Cómo contribuye la evaluación en el cambio de sus prácticas educativas?

La evaluación, ¿se relaciona o responde a los estándares, expectativas e indicadores y la instrucción en la sala de clases?

La evaluación, vista como un proceso, no debe escaparse del rigor científico que conlleva la búsqueda de información que arroja resultados válidos y confiables sobre el aprendizaje y progreso de los estudiantes (Medina y Verdejo, 2008). Es un proceso integral porque atiende todas las manifestaciones de la conducta del alumno, todos los rasgos de su personalidad y los factores que condicionan unos y otros (Rodríguez-Irlanda, 2007).

Sin embargo, la evaluación informal que se lleva a cabo diariamente brinda información valiosa sobre cómo aprenden los estudiantes y a qué nivel se encuentran. Esta evaluación incluye la observación, escuchar la



conversación de los estudiantes mientras trabaja y cómo responden a las preguntas que se les formula.

La evaluación del aprendizaje, guiada por principios técnicos y prácticos, ha sido orientada a la medición de resultados. Esta visión ha cambiado radicalmente para hacer más énfasis en principios educativos. Los dos propósitos principales del proceso de evaluación del aprendizaje son:

- Determinar los logros en el desarrollo de las competencias y los conocimientos de los estudiantes, de acuerdo con los estándares curriculares definidos para el nivel particular. Éste ha sido tradicionalmente el propósito de la evaluación del aprendizaje.
- Mejorar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje, haciendo a los estudiantes y a los docentes conscientes de la naturaleza compleja del aprendizaje que se genera. Este nuevo propósito se fundamenta en la idea de que la enseñanza y la evaluación no ocurren en secuencia, sino que son componentes de un mismo proceso cuyo propósito es promover el aprendizaje.

Para cumplir con estos propósitos, la evaluación del aprendizaje en matemáticas debe diseñarse e implantarse enmarcada en principios tales como:



- Es necesario evaluar lo que los estudiantes saben, pueden hacer y comunicar, dando importancia al proceso de construcción del conocimiento: La evaluación del proceso es fundamentalmente formativa y atemperar la enseñanza a las diferencias individuales en los modos de aprender de los estudiantes.
- Los modos de evaluar deben corresponder a las estrategias de enseñanza: La evaluación debe reflejar el contenido y los procesos matemáticos más importantes que los estudiantes deben aprender.
- Todos los estudiantes deben ser expuestos a un ambiente propicio que provea la oportunidad y las experiencias necesarias para



aprender matemáticas: La oportunidad de aprender esta disciplina incluye, la atención a los estilos de aprendizaje de los alumnos y las estrategias de educación diferenciada. Todos los estudiantes pueden aprender esta disciplina si se les proveen las experiencias necesarias y una instrucción a tono con sus estilos de aprendizaje. Para lograr esto, es necesario conocer el estilo de aprendizaje que les resulta más efectivo a los estudiantes. La enseñanza debe proveer oportunidades para que aprendan de distintos modos.

- Este principio requiere que se desarrollen múltiples y variados métodos de enseñanza y evaluación para proveer amplias oportunidades de aprender y demostrar lo que se ha aprendido. Los docentes deben mantener expectativas altas en la ejecución de los estudiantes.
- Los docentes de matemáticas planificarán el proceso de evaluación fomentando mejorar el aprendizaje del estudiante. Más bien, se transformará en una experiencia de descubrimiento y concienciación sobre el conocimiento, las competencias adquiridas y el potencial para continuar aprendiendo.

Los docentes utilizarán una estructura de evaluación en la que seleccionarán los métodos adecuados para cumplir los propósitos específicos de la evaluación del aprendizaje. Esta estructura incluye los siguientes pasos:

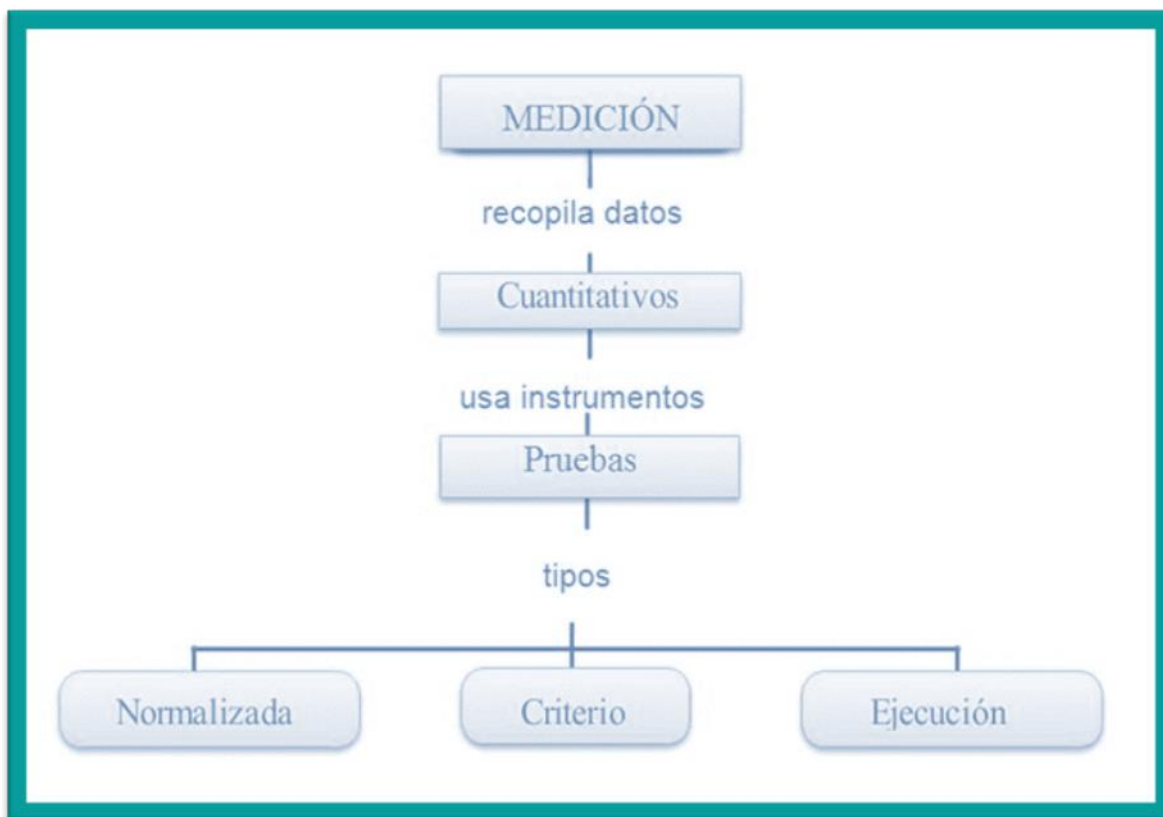
- *¿Qué evaluar?* Definir el contenido y los procesos matemáticos que son importantes
- *¿Cómo evaluar?* Crear o utilizar instrumentos y seleccionar los métodos o técnicas apropiadas al contenido y los procesos
- *¿Cómo calibrar el proceso y los resultados de la ejecución del estudiantado?*
- Informar a los estudiantes cómo se evaluará el proceso y el contenido.
- Seguimiento que se le dará a los resultados para garantizar la función formativa de la evaluación.
- Decidir la forma de comunicar los resultados para que sean
- significativos para los estudiantes, padres y funcionarios escolares.

La alineación del proceso de evaluación con las metas del currículo contribuirá a que los docentes tengan una percepción general de las potencialidades y competencias de sus estudiantes.



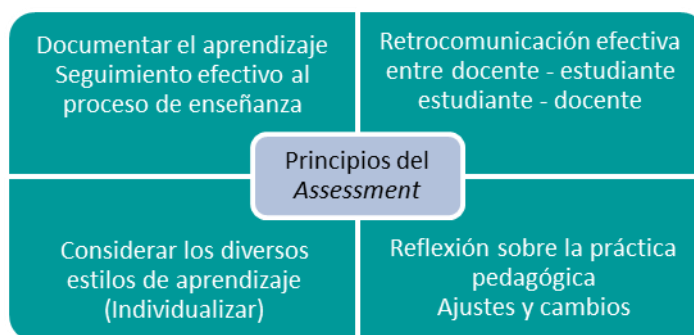
La medición y el assessment en la asignatura

La evaluación incorpora dos procesos, la medición y el *assessment*. El término **medición** puede definirse como el proceso mediante el cual se asigna valor numérico a unos datos u observaciones (Rodríguez-Irlanda, 2007), de tal forma que permite realizar comparaciones cuantitativas con un patrón determinado. La razón de la medición es obtener datos para la evaluación. En otras palabras, la medición provee información cuantitativa sobre las características de interés en el sujeto observado. Según Medina y Verdejo (2008), el término medición se relaciona con el proceso de desarrollar instrumentos tales como una prueba de aprovechamiento para administrarla y obtener una puntuación. En resumen, la medición se limita a la descripción cuantitativa de la ejecución del estudiante.

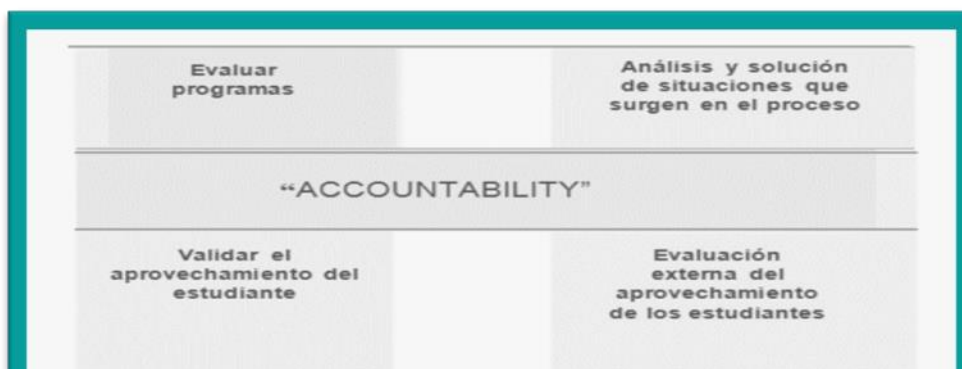


El *assessment*, por su parte, es el proceso de recopilar, organizar, resumir e interpretar información sobre lo que es objeto de análisis con el propósito de facilitar la toma de decisiones y los cursos de acción apropiados. La finalidad de este proceso es proveer información cuantitativa y cualitativa para ayudar a las personas a tomar decisiones.

Específicamente, el *assessment* tiene que verse como una parte integral de los procesos de enseñanza y aprendizaje ya que está diseñado para documentar el aprendizaje del estudiante. La información que se obtiene sirve de base para modificar las actividades de aprendizaje y enseñanza Marco Curricular (2003).



El *assessment* es el proceso de obtener, organizar e interpretar información variada mediante diferentes técnicas sobre lo que aprende el estudiante y cómo lo aprende, con el fin de dirigir la acción correspondiente en el proceso instruccional y mejorar el aprendizaje de los estudiantes (Medina y Verdejo, 2008). El *assessment* promueve el aprendizaje a través de la retrocomunicación, la reflexión y la autoevaluación. Además, resume e interpreta información sobre lo que el estudiante ha aprendido y es capaz de hacer, con el propósito de tomar decisiones educativas de diversa índole. Entre estas decisiones está el proveer información a los estudiantes y a los padres sobre su progreso, fortalezas y debilidades; juzgar cuán efectiva ha sido la instrucción y lo adecuado del currículo, y recopilar información para fines de demostrar que se cumple con la responsabilidad de rendir cuentas (*accountability*) en el ámbito de la escuela, distrito, región o del sistema educativo.





Para lograr estas metas, es necesario recopilar información pertinente, variada y múltiple, de tal forma que permita hacer inferencias sobre el aprendizaje de los estudiantes en matemática.

Principios éticos que rigen el proceso del *assessment*

La evaluación del aprendizaje se visualiza como un proceso sistemático a través del cual se emiten juicios acerca del aprovechamiento académico del estudiante y de la toma de decisiones relacionadas con éste. Por consiguiente, es indispensable basar las decisiones en un contexto ético (Medina y Verdejo, 2008).

A continuación se señalan los principios éticos que deben enmarcar la gestión del docente al documentar el aprendizaje del estudiante.

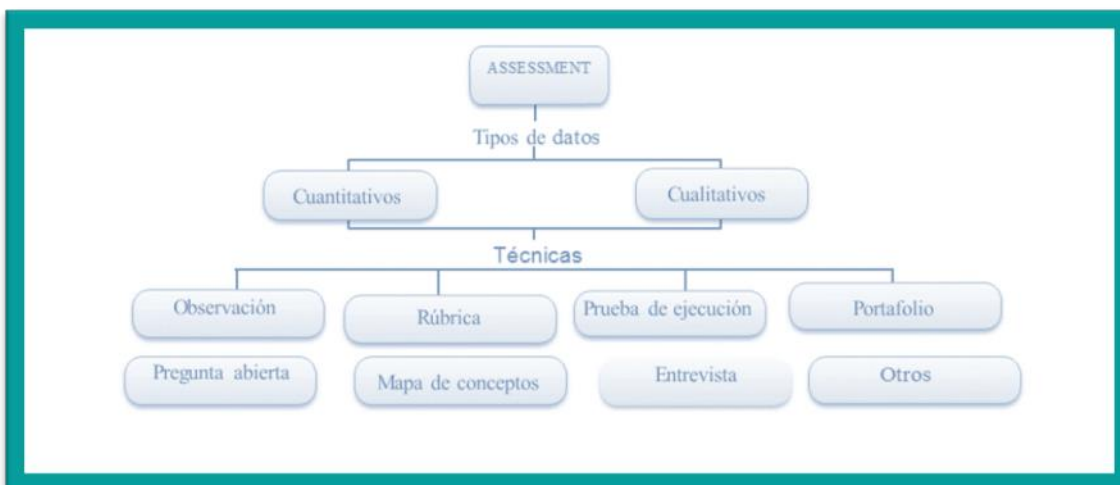
- Provee información a cada estudiante sobre los criterios e instrumentos a utilizarse para evaluar su labor.
- Reconoce y respeta la diversidad de opiniones (estrategias, creatividad, y estilos de aprendizaje).
- Mantiene la confidencialidad de los documentos del estudiantado.
- Se convierte en custodio de los documentos del estudiante.
- Es justo al emitir su juicio en torno al trabajo y las acciones del estudiante.
- Provee igualdad de condiciones para llevar a cabo el proceso considerando a los estudiantes con necesidades especiales.

Técnicas e instrumentos para recopilar información en el proceso de *assessment*

La medición tiene su lugar en el proceso de evaluación, pero no es adecuada para recopilar información sobre el **proceso de aprendizaje**, sobre la forma en que los estudiantes se comunican y sobre sus ejecutorias en el trabajo cooperativo. Es necesario

incorporar técnicas de *assessment* para documentar el aprendizaje de los estudiantes.

Algunos ejemplos de técnicas de *assessment* se describen brevemente a continuación:



- **Observación:** Es el proceso mediante el cual los docentes observan la ejecución de los estudiantes en la solución de problemas, evalúan su progreso y detectan posibles áreas problemáticas. Aunque en general se realiza en forma intuitiva, debe sistematizarse y registrarse por escrito para ser un método efectivo de evaluación.
- **Pregunta abierta:** Se le formula una pregunta al estudiante y se le solicita que exprese, en forma oral o escrita, el proceso que utilizó para contestar la misma. El nivel de dificultad de la pregunta puede ir desde un ejercicio sencillo de aplicar un algoritmo hasta una situación compleja que requiere la formulación de hipótesis generalizaciones. Dependiendo del nivel de dificultad, se evalúa como respuesta correcta o incorrecta, por medio de claves analíticas o comprensivas. Los docentes deciden la forma en que se evaluará la misma dependiendo de los objetivos instruccionales.



- **Rúbrica:** Es una escala numérica cualitativa que establece criterios y estándares por niveles que permite caracterizar la ejecución del estudiante en una tarea específica mediante una escala numérica.
- **Mapa de conceptos:** Consiste en un diagrama que organiza gráficamente la amplitud de un concepto. Las ideas que se derivan de un concepto se describen en trozos horizontales y verticales. La representación gráfica puede seguir un orden lógico jerárquico que va de lo más general a lo más específico.
- **Pruebas de ejecución:** En la misma se plantea una tarea, un problema, un proyecto o una investigación, para luego observar y preguntar sobre el proceso. Se puede realizar individualmente o en trabajo cooperativo. La evaluación del proceso y del producto provee información sobre lo que los estudiantes conocen y pueden hacer, así como la forma en que los estudiantes trabajan y resuelven problemas. Por lo general, se corrigen con claves de corrección o rúbricas que pueden ser analíticas o de comprensión. En la clave analítica se estipulan todas las partes que debe tener una respuesta y se asigna una puntuación por cada parte correcta que presenta el estudiante o el grupo. En la clave comprensiva se definen unos niveles de comprensión de la tarea que identifican el nivel de profundidad al que llegaron los estudiantes.
- **Entrevista:** Incluye una secuencia planificada de preguntas y un espacio para la discusión de las mismas entre el docente y el estudiante. Pueden ser cortas o de mayor duración. Es importante proveer tiempo para que los estudiantes formulen contestaciones bien pensadas. Es una de las mejores formas de evaluar los procesos matemáticos que el estudiante utiliza en la solución de un problema.
- **Portafolio:** Es una colección sistemática y organizada de evidencia usada por los docentes y los estudiantes para mostrar el desarrollo del conocimiento, destrezas y actitudes hacia la matemática. Éste podría incluir: informes, pruebas, metas del estudiante para el curso, autoevaluaciones, proyectos, asignaciones y otros. Se construye a través del tiempo y se evalúa periódicamente.

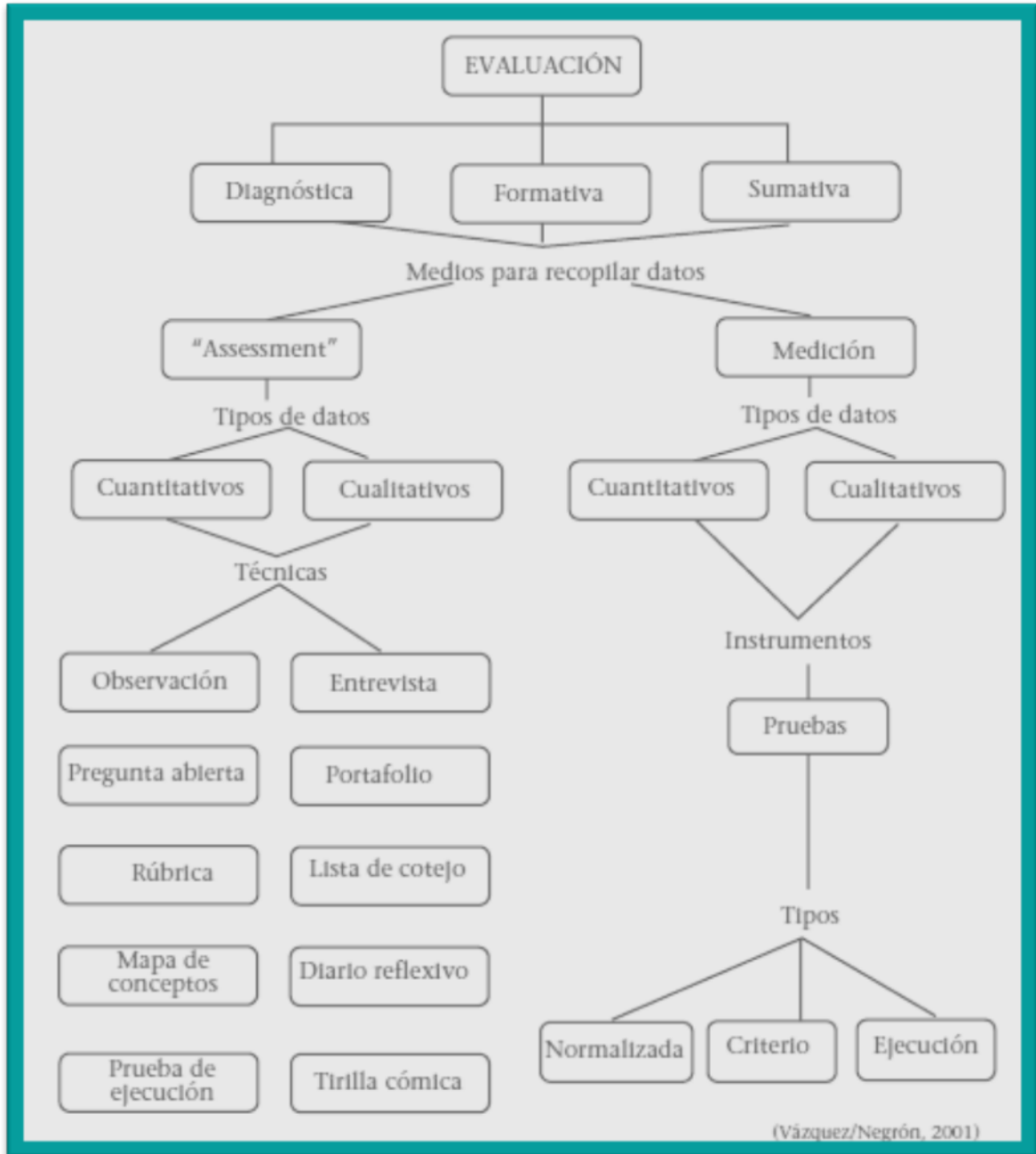
Estas técnicas se complementan, es decir, se pueden usar combinaciones o variaciones de las mismas. No es preciso usar todas a la vez.

El diagrama que se muestra a continuación recoge y resume en gran medida lo planteado en esta sección. El mismo provee un esquema visual



del complejo proceso de evaluación y permite entender de un modo gráfico las conexiones entre las partes.

EVALUACIÓN EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE



Planificación del proceso de evaluación del crecimiento académico

Al inicio de cada año escolar el docente preparará el Prontuario del Curso que incluye todo instrumento o técnica de *assessment* que se utilizará para evaluar al estudiante. Todo estudiante debe conocer desde el inicio del curso el contenido del curso y los criterios por los cuales se evaluará su ejecución. Los instrumentos que utilice el docente deben ser cónsonos con la naturaleza del contenido del curso y los recursos con que cuenta y que debe evidenciarse un balance entre los diferentes niveles de profundidad del conocimiento.

La evaluación es para todo el estudiantado y debe incluir las consideraciones para los estudiantes que representan subgrupos en la sala de clases tales como: estudiantes de educación especial, inmigrantes o con limitaciones lingüísticas, entre otros. El docente debe notificar al estudiante, a la madre, el padre o el encargado los resultados de las evaluaciones y su progreso académico. Esta acción constituye el objetivo final que persigue la evaluación, el cual reside en su utilidad para tomar decisiones, reenseñar o mejorar la instrucción. El docente al reflexionar sobre su práctica didáctica diariamente, luego de un proceso de evaluación continuo, fortalecerá las áreas académicas que requieran reenseñanza o identificará otras estrategias de educación diferenciada para los subgrupos con rezago.

Aprendizaje en servicio y “Contacto Verde”

A fin de que el alumno desarrolle conciencia social en torno a los problemas que afectan la sociedad puertorriqueña y que se posibilite la búsqueda de soluciones en un contexto de responsabilidad personal y ético y ciudadano, se concibe las experiencias educativas de servicio comunitario. Para lograrlo, es necesario que el Programa de Matemáticas promueva en su currículo el valor de la responsabilidad y que se priorice este valor por medio de experiencias concretas en las que el estudiante puede poner en práctica su acción y disposición hacia el bienestar social, fomentando y cultivando la solidaridad. Como parte del desarrollo del Perfil del Estudiante Graduado de Nivel Superior y como requisito de graduación los estudiantes realizarán 40 horas de labor comunitaria.

El Programa de matemáticas deberá promover que los estudiantes tengan acceso a experiencias enriquecedoras de aprendizaje relacionadas al tema de la conservación de los recursos naturales y enmarcados en un currículo innovador, estimulante, atractivo, pertinente e inclusivo. Para lograrlo es necesario que se integren las diferentes materias y los temas transversales al currículo de matemáticas que promuevan la conservación ecológica, concienciar sobre los cuidados hacia la naturaleza. Por esta razón, los estudiantes deben cumplir con 10 horas contacto por semestre como parte del programa “Contacto Verde”.



Respuesta a la Intervención (RTI)

La Respuesta a la Intervención (RTI) es un acercamiento multidisciplinario que integra la evaluación y la intervención en un sistema de varios niveles a fin de maximizar el rendimiento académico del alumno y reducir los problemas de conducta. RTI no es ni una educación general ni una iniciativa de educación especial, sino una iniciativa escolar total con la meta de perfeccionar la instrucción para todos los estudiantes. Para que el RTI sea exitoso es obligatoria la colaboración y el apoyo entre los que experimentan las dificultades: los profesionales de la educación; especialista de aprendizaje; los estudiantes y sus familias.

La Respuesta a la Intervención es la estrategia para tomar decisiones académicas y conductuales creando un sistema bien-integrado de la instrucción y de la intervención dirigida por datos del resultado del niño. El proceso utilizado en RTI es el siguiente: establecer el plan de intervención individual utilizando un modelo o estrategia de alta calidad y con base científica que proporcione la ayuda para resolver problemas académicos / conductas de riesgo; seguimiento continuo científicamente analizado (datos) para determinar las intervenciones específicas basadas en el índice de aprendizaje y el nivel del funcionamiento de cada alumno; tomar decisiones educativas sobre la intensidad y la duración de intervenciones basadas en los datos obtenido en el monitoreo del progreso del alumno.

No existe un “modelo” único, que se practique ampliamente para la RTI. Puede ser diferente en cada escuela. Generalmente se define como un modelo de tres niveles (o de tres pasos) de apoyo escolar, que utiliza intervenciones académicas y/o de comportamiento, basadas en las investigaciones. En todas las etapas del proceso, la RTI se debe enfocar en descubrir cómo lograr que el alumno tenga más éxito en lugar de enfocarse en su falta de éxito. Un modelo de tres niveles para la RTI incluye lo siguiente: Nivel 1: Exploración e intervenciones grupales; Nivel 2: Intervenciones dirigidas; Nivel 3: Intervenciones intensivas y evaluaciones integrales.

La ayuda constructiva o respaldo al docente para la puesta en práctica de un modelo RTI es esencial antes de iniciar cualesquier cambio o actividad relacionados con la entrega de los servicios educativos y de ayuda a los estudiantes. Todo el personal debe entender la necesidad del modelo. Los indicadores para validar que la ayuda constructiva es exitosa son los siguientes: dirigen el proceso; se han identificado lugares para implementar RTI; están implicados en la puesta en práctica, trabajan de cerca asistiendo a las reuniones regulares del equipo y participan para determinar progreso; se ha desarrollado o se está desarrollando un modelo del distrito y están trabajando con la administración escolar para diseñar el proceso para los planes de la escuela y por ende en las salas de clase; los datos se han repasado para determinar necesidad; han identificado al personal para desempeñar servicios en el equipo

school-based del plantel escolar; la infraestructura y organización del distrito está en condiciones para comenzar la fase de proveer las ayudas a nivel de la escuela.

Los padres de alumnos que participan en intervenciones deben recibir actualizaciones frecuentes del progreso de los alumnos y participar en las decisiones acerca de los cambios en la intervención. Un plan de intervención por escrito ayuda a los padres a comprender el progreso necesario para cerrar la brecha de aprendizaje. Los padres deben continuar recibiendo información sobre cómo pueden ayudar a sus hijos en el hogar. Un proceso de RTI no niega, ni retrasa una evaluación formal para la educación especial. Las escuelas que ponen RTI en ejecución proporcionan la información a los padres sobre el progreso del alumno, la instrucción y las intervenciones utilizadas, el personal que está entregando la instrucción, y las metas académicas o de comportamiento deseado.



REFERENCIAS DEL MARCO CURRICULAR

- Armengol, C. (2002). *El trabajo en equipo en los centros educativos*. Barcelona, España: Ciss Praxis.
- Ausubel, D. (1978). In defense of advance organizers: A reply to the critics. *Review of Educational Research* 48(2), 251-257.
- Bruner, J. S. (2009). *The process of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- CAST (2011). *Universal Design for Learning guidelines*. Wakefield, MA: Author. Recuperado de <http://www.cast.org/udl/indcx.html>
- Centro para la Tecnología Especial Aplicada (2008). Guía para el Diseño Universal del Aprendizaje, Versión 1.0. Recuperado de <http://web.uam.es>
- Departamento de Educación (2003). *Marco curricular del Programa de Matemática*. Hato Rey, Puerto Rico: DEPR
- Departamento de Educación (2014). *Estándares de Contenido y Expectativas de grado del Programa de Matemática*. Hato Rey, Puerto Rico: DEPR.
- Delval, J. (2000). *Aprender en la vida y en la escuela*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Dewey, J. (2011). *How We Think*. Boston: D.C. Heath & Co.
- Ding, M., Li, X., Piccolo, D. y Kulm, G. (2007). Teacher interventions in cooperative-learning, mathematics classes. *Journal of Educational Research*, 100(3), 162-175.
- Drake, S. M. (2012). *Creating integrated curriculum: Proven ways to increase student learning*. Corwin, California: Thousand Oaks.

Dunham, P.H. y Dick, T.P. (1994). Research on graphing calculators.

Mathematics teacher 87, 440-45.

Enseñanza contextual de matemática: piedra angular del cambio de

paradigmas. (2003). Waco, TX: CORD Communications, Inc.

Recuperado de: <http://www.cord.org/uploadedfiles/Ensenanza>

%20Contextual%20de

Estado Libre Asociado de Puerto Rico. Departamento de Educación. (2010).

Carta Circular Núm. 2010-2011 *Política Pública y Procedimientos para*

Cumplir con los Requisitos de la Ley No Child Left Behind (NCLB) en

relación a los Maestros y Paraprofesionales Altamente Cualificados

(HQT/HQP). Hato Rey, PR.

Estado Libre Asociado de Puerto Rico. Departamento de Educación. (2015).

Carta Circular Núm. 3-2015-2016. *Política Pública sobre la Organización*

y Oferta Curricular del Programa de Matemáticas en los Niveles Primario

y Secundario de las Escuelas Públicas de Puerto Rico. Hato Rey, PR

Estado Libre Asociado de Puerto Rico. Departamento de Educación. (2013)

Plan de Flexibilidad ESEA. Hato Rey, PR

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick

(Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-235). Hillsdale, NJ: Lawrence

Erlbaum Associates

Gardner, H. (2005). *Inteligencias Múltiples, La Teoría en la Práctica*.

Barcelona: España



- Grassl, R. y Mingus, T. (2007). Team teaching and cooperative groups in Abstract Algebra: Nurturing a new generation mathematics teacher. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(5), 581-597.
- Guzmán, S. M. y Cuevas, C.A. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el cálculo diferencial. *Educación Matemática*, 16 (002), 93-104
- Harasim, L., Hiltz, S.R., Teles, L. y Turoff, M. (1995). *Learning Networks: A Field Guide to Teaching & Learning Online*. Cambridge: MIT Press.
- Hembree, R., & Dessart, D. J. (1992). Research on calculators in mathematics education. En J. T. Fey (Ed.), *Calculators in mathematics education* (pp. 23–32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Instituto para el Desarrollo Profesional del Maestro (2008). Estándares Profesionales de los Maestros de Puerto Rico.
- International Society for Technology in Education (2003). National Educational Technology Standards.
- Jonassen, D. H. & Grabowski, B. L. (2012). *Handbook of individual differences: Learning and instructions*. New Jersey, USA: Lawrence Erlbaum Assc. Pub.
- Kearsley, G. (1993). Speaking personally with Linda Harasim. *The American Journal of Distance Education*, 7 (3), 70-73.
- Kolb, A. (1984). *Experiential Learning: Experience As the Source of Learning and Development*. New Jersey: Prentice-Hall.

- Korstanje, M. E. (2009). Constructivismo y Educación. *Education Review//Reseñas Educativas*.
- Krishnan, A. (2009). What are academic disciplines? Some observations on the disciplinarity vs. interdisciplinarity. Working Paper. Universidad de Southampton. National Centre for Research Methods.
- Lucini, F. G. (1994). *Temas transversales y áreas curriculares*. Madrid: España.
- Martin, D. J. (2012). *Elementary science methods: A constructivist approach*. Albany, New York, USA: Delmar Publishers.
- Martin-Hansen, L. (2002). Defining inquiry. *The Science Teacher*, 69 (2), 34-37.
- Medina, M. y Verdejo, A. (2008). *Evaluación del aprendizaje estudiantil*. San Juan, Puerto Rico: Editorial Isla Negra.
- Moreno, M. (1995). Los temas transversales: Una enseñanza mirando hacia delante. *Los temas transversales* (pp.4-43) Buenos Aires, Argentina: Santillana.
- Moya, M. (2013), January/February). The Pillars of Education and Interculturality. *Global Education Magazine*, 2.
- Muñoz, J. (2015). STEM, STEAM...¿pero eso qué es? Recuperado de: <http://odite.ciberespiral.org/comunidad/ODITE/recurso/stem-steam-pero-eso-que-es/58713dbd-414c-40eb-9643-5dee56f191d3>
- Ortiz, I. (2015). Escuelas inclusivas en el contexto de segregación social del sistema escolar chileno. *Calidad en la educación*, (42), 93-122.

- Piaget, J. (1981). *Intelligence and Affectivity. Their Relationship during child development.* Cambridge University Press.
- Sanuy, J. (2009). La enseñanza de estrategia de resolución de problemas matemáticos en la ESO: Un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias*, 19(2). Colección Digital *Eudoxus*, 1(3).
- Polya, G. (2014). *How to solve it, A new aspect of mathematical method.* Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Prieto, L. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: el caso del aprendizaje basado en problemas, en miscelánea comillas. *Revista de Ciencias Humanas Sociales*, 64 (24), 173-196.
- Quintero, A.H. (2010). *Matemática con Sentido: Aprendizaje y Enseñanza.* San Juan: Editorial de la Universidad de Puerto Rico.
- Rivera Collazo, A. (2009). Integración curricular. Recuperado de http://www.anisapr.com/blog/Integracion_curricular
- Rodríguez, D. (2007) D, Medición- "assessment" y evaluación del aprovechamiento académico, Publicaciones Puertorriqueñas, Hato Rey, P.R., 2007.
- Rodríguez, J. L. M. (2009). Concepciones teóricas e investigativas sobre el currículo integrado: una perspectiva interdisciplinaria del proceso de enseñanza y aprendizaje en el nivel de kindergarten del sistema educativo público del país.

Salinas, J. (2003). Comunidades virtuales y aprendizaje digital. Universidad de las Islas Baleares en España. *CD-ROM Edutec*, 54(2), 1-21.

Recuperado de www.colombiaaprende.edu.com

Skinner, B. F. (2011). *About behaviorism*. New York, NY: Alfred Knopf Inc.

Treffers, A. (2012). *Three dimensions: A model of goal and theory*

description in mathematics instruction. Dordrecht, Netherlands: D.

Reidel Publishers.

US Department of Education (2008). Higher Education Opportunity Act, Sect.

103, p.24. Recuperado de

<http://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/naeic.html>

Valiente, S. (2000). *Didáctica de la matemática: El libro de los recursos*. Madrid:

Editorial La Muralla, S.A.

Vélez, G. (2009, June No.6). Modelo para el diseño curricular. Pampedia

Villarini, Ángel R. "La enseñanza orientada al desarrollo del pensamiento según

Eugenio María de Hostos}." (2010).

Webb, N. & Bravo, M. (2007). Matriz: descripción de niveles de profundidad de conocimiento (DOK). San Juan, PR: Proyecto

AIACiMa

APÉNDICE

Apéndice A - Desarrollo histórico

El Programa de Matemáticas ha desarrollado diferentes enfoques para guiar la enseñanza de las matemáticas en Puerto Rico durante las últimas décadas. A continuación se resumen los esfuerzos de revisión y renovación curricular desde comienzos del siglo XX.

1900 1910 1920 1930	Énfasis en la enseñanza de conceptos y destrezas de aritmética
1940 1950	Énfasis en el valor puramente social de la matemática
1960	Énfasis en la significación para facilitar la comprensión y el entendimiento de las matemáticas (matemática moderna)
1970	Énfasis en el desarrollo de destrezas básicas fundamentales
1980	Énfasis en la solución de problemas pertinentes y en el desarrollo del pensamiento
1990 en adelante	Énfasis en la solución de problemas, el desarrollo de destrezas de razonamiento y pensamiento crítico

Primeras tres décadas (1900 – 1930)

A principios de la dominación norteamericana (1899) se estableció en Puerto Rico una Junta Insular de Educación, con el propósito de centralizar la administración escolar de la Isla. Durante estas décadas se enriqueció el currículo y se realizaron cambios metodológicos en todas las materias.

La enseñanza de las matemáticas, así como las otras materias, se impartían en el idioma inglés. El texto para enseñar matemáticas se titulaba *Arithmetic*, de Wentworth y Smith. El énfasis, evidentemente, era la enseñanza de conocimientos y destrezas en aritmética.

La Comisión de la Universidad de Columbia realizó un estudio en 1925, cuyos resultados revelaron que los estudiantes puertorriqueños dominaban muy bien la aritmética. Según el estudio, esto se debía al énfasis en la práctica y el tiempo excesivo que se dedicaba a esa asignatura.

Décadas de los 40 y 50

La Comisión de la Universidad de Columbia que estudió el sistema educativo en 1949 no ofreció pruebas de aprovechamiento; pero, al estudiar el currículo de matemáticas en la escuela intermedia, encontró que en los cursos que se estaban desarrollando se seguían fielmente y con mucha rigidez los libros de texto. Para corregir este problema, se sugirió que se utilizaran con mayor frecuencia actividades relacionadas con la comunidad.

Las recomendaciones de la Comisión en 1949 recogían las tendencias en boga para aquella época, sobre el valor puramente social de las matemáticas. Esto motivó que los señores Erasto Rivera Tosado y Pedro A. Cebollero publicaran un texto de matemáticas en español con el título *Aritmética Social*. Este texto se utilizó durante la década de los 50 e iba dirigido al nivel elemental.

Década de los 60

Sin descartar la utilidad social de las matemáticas, se hicieron cambios significativos en el enfoque de la asignatura, su terminología, su simbolismo y sus usos, de modo que se enfatizara la significación para facilitar la comprensión y el entendimiento de los procesos matemáticos. A este nuevo enfoque se le llamó matemática moderna.

Para responder a las necesidades del nuevo enfoque, surgió un interés por mejorar la enseñanza de matemáticas y por aumentar el número de especialistas en la materia. Con aportaciones de fundaciones norteamericanas, se creó en los Estados Unidos el llamado *School Mathematics Study Group* (SMSG). Este grupo estaba integrado por docentes de matemáticas, matemáticos, expertos en educación y representantes de la ciencia y la



tecnología. El grupo produjo textos para los diferentes niveles escolares. De éstos, la escuela puertorriqueña utilizó, al comienzo de la década de los 60, los producidos para los niveles intermedio y superior. Los materiales preparados por el SMSG servían de modelo a las casas editoras de libros en la preparación de textos. Ejemplos de esto son dos series de matemática moderna en español, que se comenzaron a usar en 1966-67 con los estudiantes de tercer a sexto grado.

Los Centros de Currículo, establecidos en el año escolar 1963-64 en San Juan, Ponce y Mayagüez, tenían el propósito de facilitar el ensayo de los materiales curriculares en la escuela elemental y, al mismo tiempo, ofrecer orientación a los docentes, sobre contenido, estructura y enfoques didácticos. También se produjeron cuadernos para los grados primero y segundo, con la correspondiente guía para el docente, los cuales se comenzaron a usar en el año escolar 1966-67. Para finales de los 60 se destacaron las diferencias individuales en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Desde el 1966 se comenzó a atender a los estudiantes talentosos mediante la creación de escuelas de áreas, como el Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Mayagüez (CROEM) y mediante el ofrecimiento de cursos avanzados en el nivel superior.

En el año 1967-68, la Comisión de Matemáticas del *College Entrance Examination Board* elaboró un curso de álgebra y trigonometría de nivel universitario para el programa de Nivel Avanzado de Matemáticas. En el año escolar de 1968-69, se iniciaron los cursos de Probabilidad y Estadísticas, y el de Geometría Analítica. En ese mismo año se estableció en toda la Isla el primer curso de Álgebra para estudiantes de noveno grado de talento superior y promedio, así como para los estudiantes talentosos de octavo grado.

Década de los 70

Con la matemática moderna, y su consecuente énfasis en la significación, se exageró la utilización de los medios. Éstos se confundieron con los fines de la enseñanza de la materia, al extremo de descuidarse el desarrollo de las destrezas básicas fundamentales. El bajo aprovechamiento mostrado por los estudiantes en exámenes estandarizados y exámenes del “College Board”, los costos cada vez más altos de la educación y la demanda por evidenciar la calidad de la enseñanza, entre otras razones, provocaron un movimiento en la nación norteamericana al cual se le llamó “Back to Basics”.

En el año 1973-74, el Programa de Matemáticas produjo un currículo remedial, con énfasis en el desarrollo de destrezas básicas, para estudiantes con limitaciones en el aprendizaje de matemáticas de nivel superior. Durante ese año, se inició el Proyecto Calendario Escolar Continuo (Quinmestres). El currículo de nivel secundario, diseñado para este proyecto, proveía para atender las diferencias individuales con énfasis en el desarrollo de destrezas básicas.

Este currículo se inició con una muestra de seis escuelas, luego extendió su uso a toda la Isla en el año escolar 1979-80. Para seguir el mismo enfoque y fortalecer las destrezas matemáticas que se desarrollan en el nivel elemental, se diseñó el currículo del primer nivel (primer a tercer grado) en veinte etapas de aprendizaje. En los grados del cuarto al sexto, se inició el uso de una serie de libros que sustituyeron los libros de la serie matemática moderna.

En el año escolar 1974-75, el Programa de Matemáticas estableció las competencias mínimas para cada nivel de enseñanza en las cuales se basa el diseño de las pruebas de aprovechamiento preparadas a nivel central.

Década de los 80

Estudios realizados a fines de la década de los 70 revelaron el riesgo de que un estudiante llegara a obtener un dominio mecánico de las destrezas básicas, sin entenderlas o estar capacitado para utilizarlas sabiamente. Es fundamental que el estudiante desarrolle destrezas de solución de problemas que lo capaciten para analizar y resolver situaciones nuevas que se le presenten. Para responder a esta necesidad, el Concilio Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés) declaró que la solución de problemas debía ser el énfasis de la enseñanza de matemáticas para la década de los 80.

Durante esta década se desarrolló en Puerto Rico un proceso de revisión curricular intenso que impactó todas las disciplinas. Los últimos años se caracterizan por una intensa actividad de pensamiento y acción con el fin de promover una reforma educativa profunda y exitosa. Basándose en la experiencia de proyectos de reforma en décadas anteriores, el sistema público de enseñanza inició un proceso de reflexión intenso que unió esfuerzos del sector público y privado, de escuelas y universidades, de empresas y del gobierno. En el 1985, se inicia formalmente una nueva revisión del contenido curricular de las disciplinas académicas en nuestro Sistema de Educación Pública. Tres principios integradores del currículo sirvieron de criterios guías para el inicio de esta revisión, a saber:

- La pertinencia de la educación: la continuidad y reconstrucción de la experiencia
- El desarrollo de destrezas de pensamiento y del pensamiento crítico
- El desarrollo de los valores de dignidad y solidaridad.

Se estableció consenso sobre la importancia y el valor fundamental de estos principios en el desarrollo de los currículos escolares. La mayor parte de la actividad curricular, hasta entrada la década de los 90, se orientó en torno a estos tres principios, que aún son centrales para el desarrollo de nuevos currículos.

Décadas de los 90 hasta el 2010

El movimiento reformista en Puerto Rico cobra mayor impulso debido a proyectos, tales como: *Puerto Rico Statewide Systemic Initiative (PRSSI)*, los Centros Regionales para la Instrucción Matemática (CRAIM), los Laboratorios para la enseñanza de las Matemáticas (LABMAT 7), Metas 2000, Instituto 2000, *School to work* y otros. Otra fuente de motivación para la reforma de la enseñanza de las matemáticas proviene del Concilio Nacional de Maestros de Matemática (conocido por sus siglas en inglés NCTM). Esta organización de profesionales de la educación matemática en Estados Unidos publicó en 1989 un documento titulado “Estándares para el Currículo y Evaluación en Matemáticas”. Luego de muchos años de estudio y reflexión, este documento describe las aspiraciones fundamentales de la educación matemática y define lo que los estudiantes deben conocer y poder hacer en cada nivel escolar.

El documento de los estándares se divulgó ampliamente en Puerto Rico, y el Consejo General de Educación diseñó una versión puertorriqueña para el 1996. El mismo sirvió como base para crear el primer Marco Curricular del Programa de Matemáticas. En el año 2000, la NCTM publica el documento *Principles and Standards for School Mathematics*”, una versión actualizada del primer documento, este da origen al documento Estándares 2000 de Puerto Rico.

Luego para el año 2014, se redacta el documento de Estándares de Contenido y Expectativas de Grado de Puerto Rico (Puerto Rico Core Standards). El mismo representa un currículo de alto rigor y está basado en los saberes esenciales educativos que son: saber, saber hacer, saber ser y saber convivir. Para elaborar este currículo se consideró el documento Common Core State Standards for Mathematics (junio, 2010). La alineación del currículo de Puerto Rico con los estándares nacionales e internacionales, al igual que con las destrezas del siglo XXI, proveerán las herramientas necesarias para que nuestros estudiantes estén preparados para continuar estudios postsecundarios y/o poder enfrenarse al mundo del trabajo.

El contenido de este Marco se ha nutrido de las ideas y sugerencias de ambos documentos de estándares, así como de las ideas recogidas en la literatura sobre educación matemática de otros países. También ha sido muy valiosa la experiencia local en el desarrollo de currículos de matemáticas a través de los años.

Desde el 2010 en adelante

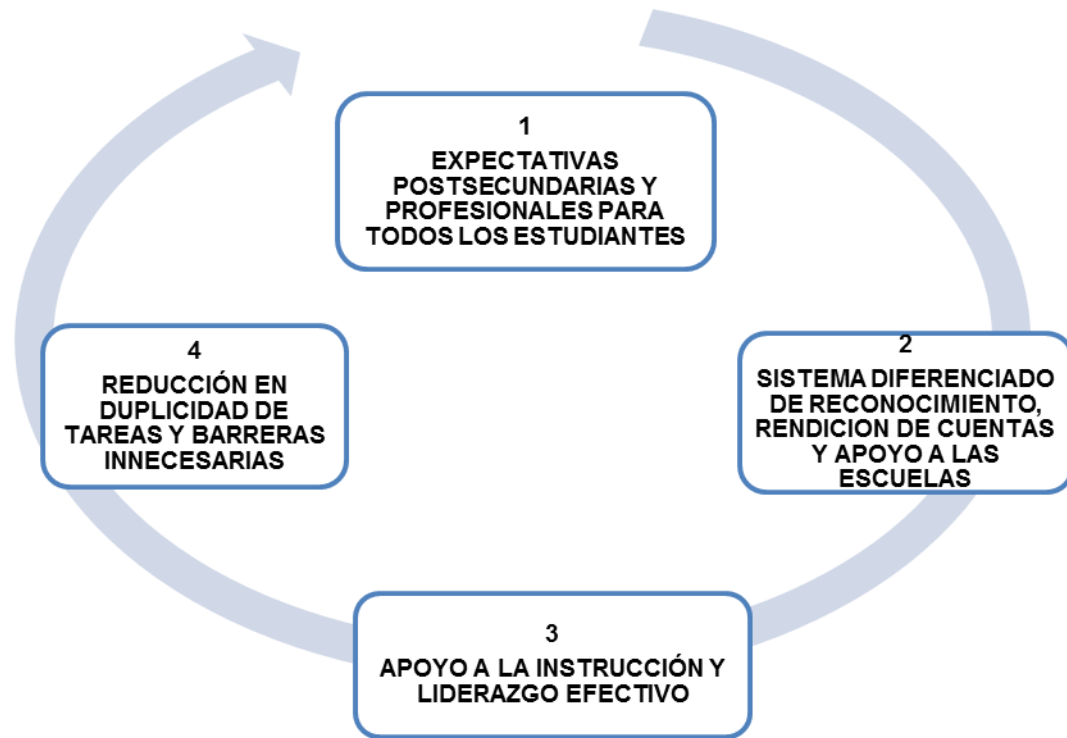
El Departamento de Educación del Estado Libre Asociado de Puerto Rico solicitó al Departamento de Educación Federal entrar a participar del Plan de Flexibilidad. El mismo fue denegado en el 2011 y solicitado y aceptado para el 2013. Con Plan de Flexibilidad se proveyó una extensión a las fechas en las que

el Departamento de Educación de Puerto Rico debía cumplir con la Ley *No Child Left Behind* con la cual para el 2014 todos los estudiantes de Puerto Rico debían haber demostrado proficiencia en el dominio del currículo del Departamento de Educación del país. Durante el curso escolar 2015-2016 Puerto Rico se convirtió en uno de los primeros estados y/o territorios en lograr la extensión del Plan de Flexibilidad durante tres años adicionales.

Comenzó con una escuela especializada en Ciencias y Matemáticas llamada; C.R.O.E.M - El Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Mayagüez. Es una escuela pública secundaria en la ciudad costera de Mayagüez, Puerto Rico, donde los estudiantes talentosos son seleccionados de todo Puerto Rico. Como la modalidad de la escuela es residencial, los estudiantes se hospedan en las facilidades escolares. Allí comparten sus experiencias, sus clases y sus ideas con otros estudiantes que provienen de escuelas públicas y privadas, convirtiéndose en los mejores estudiantes de Puerto Rico. Luego se crearon otros como: CROEC El Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Ceiba; El Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Villalba.

A continuación se presentan una lista de cursos que se ofrecen en el nivel secundario del Programa de Matemáticas:

- Investigación Matemática
- Principio de Robótica
- Álgebra Lineal
- Álgebra Trigonometría
- Geometría Analítica
- Geometría Avanzada
- Métodos Cuantitativos
- Temas Especiales de Álgebra
- Temas Especiales de Geometría



Principios del Plan Estratégico con Visión Longitudinal

PRINCIPIOS DE CAMBIO RADICAL						
Liderazgo firme	Maestros y Maestras Eficaces	Rediseño del horario escolar	Programa académico alineado y riguroso	Uso de datos para el mejoramiento continuo	Ambiente seguro para el aprendizaje	Participación de la familia y la comunidad
<p>Revisar el desempeño del director actual</p> <p>Reemplazar al director si tal cambio es necesario para asegurar un liderazgo fuerte y efectivo, o demostrarle al SEA que el director actual tiene una trayectoria en mejorar la ejecución y tiene la habilidad para dirigir el esfuerzo de cambio escolar</p> <p>Proveer al director con la flexibilidad operacional en las áreas de organización, personal, currículo y presupuesto</p>	<p>Revisar la calidad de todo el personal y mantener solo aquellos que sean efectivos y tengan la habilidad de ser exitosos en el esfuerzo de cambio radical</p> <p>Evitar que maestros que no son efectivos se transfieran a estas escuelas</p> <p>Proveer desarrollo profesional en el área de trabajo, continuo informado por los sistemas de evaluaciones de maestros y de apoyo y ligado a las necesidades del estudiante</p>	<p>Rediseñar el día, la semana o el año escolar para incluir tiempo adicional para el aprendizaje del estudiante y la colaboración de los maestros</p>	<p>Reforzar el programa académico de la escuela basado en las necesidades del estudiante y asegurar que el programa académico está basado en evidencia científica, es riguroso y está alineado con los estándares de contenido académico del Estado</p>	<p>Utilizar los datos para informar la instrucción y para mejoramiento continuo, incluyendo proveer tiempo para la colaboración en el uso de los datos</p>	<p>Establecer un ambiente escolar que mejore la seguridad escolar y la disciplina y atienda otros factores no académicos que impactan la ejecución del estudiante, tal como las necesidades sociales, emocionales y de salud</p>	<p>Proveer mecanismos continuos para la participación de la familia y la comunidad</p>

Every Students Succeeds (ESSA) Act

Every Student Succeeds (ESSA) Act fue firmada por el Presidente Obama el 10 de diciembre de 2015 y representa buenas noticias para las escuelas. La medida bipartita reautoriza a la Elementary and Secondary Education Act (ESEA). La ley enfatiza en áreas de suma importancia, haciendo posible el progreso de los esfuerzos de los educadores, comunidades, padres y estudiantes a través del país. Además establece que cada estudiante tenga éxito en la universidad y en las carreras profesionales a través de una enseñanza de alto nivel académico en cada escuela.

La versión anterior de esta ley, *No Child Left Behind (NCLB) Act* fue promulgada en el 2002. Esta ley representó un paso significativo en muchos aspectos particularmente en el progreso de los estudiantes y el respaldo a pesar de su raza, salario, código postal, discapacidad, su lengua materna o antecedentes.

ESSA establece lo que ayudará a asegurar el éxito de todos los estudiantes y de las escuelas. Algunas son:

- Avanzar en la equidad de estudiantes desventajados y de alta necesidad.
- Requiere que todos los estudiantes sean enseñados con los más altos estándares académicos y prepararlos para el éxito en la universidad y en el trabajo.
- Proveer mayor acceso a una educación preescolar de calidad. Mantiene y expande inversiones históricas para aumentar el acceso a un preescolar de alta calidad.
- Garantizar que la información de los resultados de las pruebas estandarizadas anuales que miden el progreso del estudiante hacia los más altos estándares sea provista a los educadores, familias, estudiantes y comunidades.
- Apoyar las innovaciones locales desarrolladas por líderes y educadores, incluye intervenciones basadas en evidencias, consistentes con sus iniciativas *Investing in Innovation and Promise Neighborhoods*.
- Garantizar que habrá transparencia en el sistema de rendición de cuentas y la acción para crear un efecto de cambio positivo en las escuelas de bajo desempeño, donde hay grupos de estudiantes que no demuestran progreso y donde las tasas de graduación son bajas por periodos de tiempo prolongados.



Plan de Transformación Académica con Visión Longitudinal

El Departamento de Educación se enfoca en una transformación académica, fundamentada en una visión longitudinal, teniendo como prioridad el aumento en el aprovechamiento académico, la retención escolar, lograr que cada estudiante sea exitoso y pueda hacer una transición efectiva a los estudios postsecundarios y al mundo del trabajo. Estos son cambios importantes que construyen una nueva realidad educativa en Puerto Rico. El Plan de Transformación Académica con Visión Longitudinal establece lo siguiente:

- ✓ Evaluar y mejorar sistemáticamente la calidad de la educación para el estudiantado.
- ✓ Atender las necesidades de los alumnos con impedimentos y los estudiantes con limitaciones lingüísticas en español.
- ✓ Alinear los estándares del sistema educativo con las expectativas postsecundarias y profesionales.
- ✓ Implementar enfoques específicos para mejorar el aprovechamiento estudiantil.
- ✓ Enfocar los esfuerzos de mejoramiento escolar y crea estrategias personalizadas de mejoramiento de escuelas.
- ✓ Implementar un nuevo sistema para evaluar la efectividad del docente y directores de escuela.
- ✓ Crear nuevos apoyos para los educadores.
- ✓ Comprometer a diferentes grupos de interés de toda la isla con la educación y el aprovechamiento académico.
- ✓ Crear cambios significativos y duraderos en la política pública.

Resumen de la Visión de la Enseñanza de las Matemáticas

La visión de la enseñanza de la matemática escolar se traduce en cambios fundamentales hacia lo que ocurre en el salón de clases. Se reconoce la importancia del desarrollo del conocimiento y en armonía con su desarrollo emocional y social. La primera columna, Enseñanza Tradicional, recoge los elementos que deben recibir menos atención en el salón de clases. La segunda columna, Visión Deseada, recoge los elementos que deben recibir mayor atención en el salón de clases.

ENSEÑANZA TRADICIONAL	VISIÓN DESEADA
El estudio de las matemáticas se dirige primordialmente a preparar estudiantes para continuar estudios universitarios.	Literacia científica y matemática para todos los estudiantes. Se provee la oportunidad para que los estudiantes profundicen, amplíen su conocimiento y obtengan el máximo provecho de su potencial. Se diversifica la oferta para que todos desarrollen sus talentos. De esta forma, los que están interesados en ingresar a un centro universitario estarán preparados para continuar estudios exitosamente.
La educación se basa en el libro de texto con énfasis en ejercicios rutinarios.	La educación parte de la experiencia directa con el contexto social, el uso de materiales concretos y los recursos tecnológicos para promover la profundidad del conocimiento.
El aprendizaje es individual.	El aprendizaje es individual, interactivo y cooperativo.
Se enfatiza la memorización de datos y el dominio de las destrezas algorítmicas.	Se enfatiza el desarrollo de destrezas cognitivas de alto nivel (solución de problemas, análisis, síntesis, evaluación y formación de juicios) y la profundidad del entendimiento.
Los temas de las matemáticas se presentan relativamente aislados unos de otros. No se enfatizan las conexiones con otras disciplinas.	Se enfatizan las conexiones entre temas de la misma disciplina y con otras disciplinas.
Se enfatiza el razonamiento convergente, las respuestas exactas y la asimilación pasiva del conocimiento en un ambiente altamente controlado.	Se promueve el razonamiento divergente, respuestas diferentes y creativas, así como el aprendizaje activo.
Se intenta cubrir todos los temas del texto y se les dedica poco tiempo para su desarrollo.	Se establece un contenido medular que promueve mayor profundidad en los conceptos de las matemáticas.
Se presentan los conceptos en forma abstracta.	Se promueve el aprendizaje en espiral, de lo concreto y fenomenológico a lo abstracto, mediante un enfoque constructivista.
Se enseñan los conceptos independientemente de su aplicación.	Se hace énfasis en la pertinencia de los temas estudiados y su relación con eventos de la vida real.
La evaluación del aprendizaje se basa en los resultados de pruebas que miden primordialmente la retención de datos.	La evaluación es auténtica; además de pruebas tradicionales, se usan múltiples y variadas formas de recoger información sobre el aprendizaje del estudiante.
El rol primordial de los docentes es servir como transmisores de información y procurar que los estudiantes sean capaces de reproducirla.	El docente se convierte en un facilitador del aprendizaje. Estructura las experiencias que los estudiantes van a tener para que lleguen a sus propias conclusiones.
El aprendizaje se limita al salón de clase.	El aprendizaje se extiende al hogar y a la comunidad e incorpora el estudio de los problemas sociales, los valores y la forma en que la disciplina puede ayudar a resolver los mismos.



APÉNDICE B - Uso de la calculadora en el currículo de Matemáticas

El siglo XXI presenta grandes retos a nuestros estudiantes. Además de las disciplinas académicas tradicionales, los expone a nuevos avances tecnológicos que facilitarán sus vidas, si tienen el conocimiento de cómo enfrentarlos. Por supuesto, la escuela no debe estar ajena a esta realidad; por el contrario, su meta fundamental es proveer la educación necesaria para comprender la tecnología emergente y aprender a usarla. En este aspecto, Puerto Rico está en una posición competitiva ante los demás países del mundo. En la actualidad, los niños de corta edad ya saben cómo operar juegos electrónicos algunos de relativa dificultad. Antes de llegar a la escuela, muchos de ellos ya conocen cómo prender, activar un programa y usar una computadora. Se debe aprovechar el interés que muestran los estudiantes por esta tecnología, de modo que se cumpla al mismo tiempo con los objetivos pedagógicos. Lograremos así formar ciudadanos capaces de integrarse a esta sociedad del nuevo milenio, tan sofisticada y en la que se requiere dominio de la cibernética.

La utilización de calculadoras puede extender la comprensión de las matemáticas y exponer a los estudiantes a experiencias fructíferas de solución de problemas. Podrán resolver problemas reales que incorporan operaciones de mayor complejidad que tomarían demasiado tiempo resolver con lápiz y papel. De esta forma, se concentran más en el razonamiento y en las estrategias para resolver problemas. Las investigaciones (Dunham y Dick, 1994; Hembree y Dessart, 1992) indican que la utilización de las calculadoras en el salón de clases puede aumentar el aprovechamiento académico y mejorar la actitud hacia las matemáticas. Se reconoce, además, el papel importante que puede tener la calculadora en el desarrollo de conceptos, destrezas y procesos matemáticos. De igual manera en que la calculadora es integrada al proceso de enseñanza y aprendizaje en la clase de matemáticas, debe integrarse en el proceso de *assessment* y evaluación del estudiante.

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico recomienda la integración de calculadoras en el currículo de matemáticas en todos los niveles. Todos los estudiantes deben tener acceso a calculadoras apropiadas a su nivel educativo, de igual forma que están presentes en su diario vivir.

Recomendaciones Específicas del Programa de Matemáticas

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico utilizó como punto de partida para la redacción de este documento las recomendaciones del Marco Curricular del Programa de Matemáticas (2003) y los Estándares del Programa de Matemáticas (2014). Además recomienda:

- Incorporar el uso de la calculadora como herramienta de trabajo en todos los niveles para:
 - Desarrollo y refuerzo de destrezas.
 - Exploración de ideas y conceptos matemáticos.
 - Resolución de problemas.
 - Elaboración de cálculos matemáticos largos y tediosos.
- Promover el uso apropiado de la calculadora para mejorar la práctica pedagógica mediante:
 - El modelaje de aplicaciones.
 - La integración del *assessment* y la evaluación.
 - La actualización sobre los adelantos más recientes en el campo de la tecnología.
 - La evaluación del potencial de nuevas aplicaciones para promover el estudio y el aprendizaje de las matemáticas.
- Orientar a estudiantes, padres, administradores, miembros del Consejo Escolar y otros miembros activos de la comunidad, sobre los resultados de las investigaciones que documentan las ventajas de incluir las calculadoras como una de varias herramientas requeridas en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas
- Concienciar a quienes tienen a su cargo la selección de materiales curriculares sobre la forma en que la tecnología y, en particular las calculadoras, han causado cambios en el currículo de matemáticas
- Apoyar los Centros de Desarrollo Profesional y los núcleos escolares, de manera que continúen proveyendo actividades para expandir la comprensión y aplicación de la tecnología de la calculadora
- Colaborar para que las instituciones universitarias desarrollen y provean programas de estudio y pre servicio que incorporen las calculadoras en el proceso de enseñanza y aprendizaje

Estimular a los autores y a las casas publicadoras de instrumentos de evaluación y “assessment”, para que incorporen en sus trabajos aquellas aplicaciones en las que se utilicen las calculadoras. El Programa de Matemáticas también se suscribe a las siguientes observaciones



- Como cualquier otra herramienta, los instrumentos tecnológicos pueden utilizarse de un modo efectivo o pobre. No deben utilizarse como reemplazos para el conocimiento básico; en su lugar, deben usarse para promover intuiciones y conocimientos. En los programas de matemáticas, la tecnología debe usarse responsablemente con la meta de enriquecer las experiencias de aprendizaje de nuestros estudiantes.
- Las investigaciones afirman el impacto positivo del uso de calculadoras en el desarrollo de estrategias de solución de problemas y en la ejecución. Sin embargo, el tener acceso a este instrumento no reemplaza la necesidad de que los estudiantes aprendan y dominen las destrezas básicas de la aritmética, el desarrollo de métodos efectivos de solucionar problemas aritméticos con multidígitos y la habilidad para ejecutar manipulaciones algebraicas, tales como resolver ecuaciones lineales y simplificar expresiones. Los estudiantes deben aprender a tomar decisiones sensatas en lo referente a cuándo usar la calculadora.
- Los docentes tienen la responsabilidad de tomar decisiones apropiadas en torno a los contextos particulares en que se usarán las calculadoras, a base de cuán efectiva es esta herramienta en desarrollar el tema matemático en cuestión.

La Utilización de la Calculadora los grados K-3

La nueva visión de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de kindergarten a tercer grado recomienda el uso de recursos tecnológicos para promover la profundidad del conocimiento. Es necesario que los docentes conviertan el salón de clases en un centro de aprendizaje, en el cual se utilicen nuevas técnicas y estrategias que incluyan el uso de la tecnología.

De acuerdo con los Estándares de Excelencia de Matemáticas, una de las áreas de énfasis en los grados primarios es desarrollar en los estudiantes la habilidad para utilizar estrategias y herramientas computacionales. Se recomienda que, entre los mismos, se incluya el uso de la calculadora. Es importante que desde sus inicios en la escuela participen en experiencias o actividades en las que se relacionen con los usos y funciones del teclado.

Se deben desarrollar los diferentes conceptos mediante experiencias concretas. El uso de la calculadora debe ser posterior a estas experiencias. Se recomienda utilizar calculadoras básicas que sean fáciles de manejar para los estudiantes.

La calculadora tiene diversas aplicaciones para el desarrollo de los conceptos y destrezas matemáticas. En esta sección se incluyen algunos temas (organizados por estándares) en los cuales se puede integrar el uso de la calculadora.

Numeración y operaciones

- Desarrollar el sentido numérico
- Desarrollar el sentido operacional
- Determinar el valor y lugar posicional
- Determinar orden y secuencia
- Descubrir y aplicar las propiedades conmutativa y asociativa
- Investigar relaciones entre los números
- Contar de dos en dos, de tres en tres, etc.
- Explorar estrategias de estimación

Álgebra

- Utilizar, descubrir e identificar patrones numéricos
- Patrones para representar y resolver problemas

Es necesario que el docente entienda que la calculadora no va a sustituir la memorización de las combinaciones básicas, ya que éstas son fundamentales cuando los estudiantes realizan cálculos mentales y estimaciones. Sin embargo, según se enfrenten a situaciones en que los cálculos sean más complejos, se debe utilizar la calculadora en la solución de problemas. De esta forma se concentrarán en el proceso de razonamiento que los llevará a resolver el problema.

La Utilización de la Calculadora en los grados 4-6

Se extiende la comprensión de los números cardinales a las fracciones y los decimales. Se continúa ampliando el conocimiento de sistemas de medidas, conceptos geométricos, gráficas, estadísticas y probabilidad. También se establecen las bases para el estudio del álgebra.

En los grados cuartos a sexto, los estudiantes utilizan la calculadora para explorar, descubrir y desarrollar conceptos matemáticos. En este nivel se recomienda una calculadora que incluya fracciones. A continuación se incluyen algunos temas (organizados por estándares) en los cuales se puede integrar el uso de la calculadora.

Numeración y Operaciones

- Entender, representar y utilizar números en diversas formas equivalentes (cardinales, fracciones, decimales y por cientos)
- Explorar y comprender las relaciones y equivalencia entre números decimales y fracciones
- Entender y aplicar los conceptos de razón y proporción en situaciones de la vida diaria
- Comparar y redondear números cardinales, decimales y fracciones



- Explorar relaciones entre números negativos y positivos
- Realizar cálculos tediosos con números cardinales, decimales y fracciones
- Desarrollar, analizar y explicar los procesos computacionales y las diversas técnicas de estimación
- Utilizar la calculadora para resolver problemas que contengan cálculos complejos de la vida diaria

Medición

- Comparar y estimar unidades del sistema métrico e inglés en situaciones del diario vivir

Álgebra

- Descubrir, extender, analizar y crear una variedad de patrones
- Hallar la solución de problemas en los cuales sea necesario buscar, usar y representar patrones
- Determinar equivalencia entre los números de los diferentes conjuntos numéricos

Análisis de Datos y Probabilidades

- Hallar, analizar y comprender medidas de tendencia central como media aritmética, mediana y moda en situaciones de la vida diaria
- Explorar el concepto de probabilidad y determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos simples.

La Utilización de la Calculadora en grados 7-9

La meta del currículo de matemáticas es construir una base matemática sólida para el nivel superior. Durante este período, muchos estudiantes formarán concepciones sobre ellos mismos como aprendices de las matemáticas, sobre su interés, su actitud y sus motivaciones. Estas concepciones influenciarán su enfoque en el estudio de las matemáticas de la escuela superior, lo que a la vez influenciará en sus oportunidades en la vida.

Se recomienda la utilización de una calculadora científica que incluya fracciones o una calculadora gráfica. A continuación se presentan temas (organizados por estándares) en las que se puede integrar la calculadora de fracciones y la calculadora gráfica en el currículo de matemáticas del nivel intermedio. Las recomendaciones que sólo se pueden llevar a cabo con la calculadora gráfica estarán identificadas con un asterisco (*) al comienzo de la descripción.

Numeración y Operaciones

- Redondear números
- Trabajar con notación exponencial
- Cambiar de fracciones a decimales y viceversa
- Simplificar fracciones
- Hacer conversión de fracción impropia a número mixto y viceversa
- Determinar la raíz cuadrada
- Hallar la factorización prima de números grandes
- Verificar el valor absoluto de un número
- Hallar el máximo común divisor y mínimo común múltiplo
- Ordenar operaciones con números cardinales, fraccionarios, decimales y enteros
- Estimar operaciones con diferentes conjuntos de números
- Calcular operaciones con precisión y rapidez
- Aplicar las destrezas de cálculos y estimación en la solución de problemas
- Verificar e interpretar resultados

Análisis de Datos y Probabilidad

- Obtener las medidas de tendencia central de un conjunto de datos
- Construir gráficas de un conjunto de datos
- Construir diagramas de dispersión de un conjunto de datos
- Incluir los procesos de probabilidad
- Analiza muestras de la población

Álgebra

- Explorar y descubrir relaciones y patrones
- Sustituir valores en una igualdad para encontrar la solución
- Evaluar expresiones algebraicas
- Simplificar términos semejantes
- Localizar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas
- Resuelve operaciones con matrices

Geometría

- Dibujar círculos y líneas
- Dibujar figuras en un plano de coordenadas
- Aplica el Teorema de Pitágoras
- Dibujar traslaciones, rotaciones y reflexiones de figuras geométricas



La Utilización de la Calculadora en los grados 10-12

La meta del currículo de matemáticas en el nivel superior es preparar a los estudiantes para proseguir estudios postsecundarios o para ingresar en el mundo del trabajo. En este nivel, se profundiza en el estudio formal del sistema de los números reales, números complejos, matrices, funciones, análisis de datos, probabilidad y geometría.

El estudiante podrá utilizar la calculadora para explorar nuevas áreas de las matemáticas, producir, desarrollar y reforzar conceptos y destrezas matemáticas, simplificar y agilizar los cálculos, visualizar y simular situaciones. El uso efectivo de la calculadora transformará el salón de clases en un laboratorio donde el estudiante pueda investigar y experimentar con ideas matemáticas.

Se recomienda que se utilice la calculadora gráfica. A continuación se incluyen algunos temas (organizados por estándares) en los cuales se puede integrar el uso de la calculadora.

Numeración y Operaciones

- Determinar la densidad de los números reales
- Identificar características de los números reales y complejos
- Realiza Operaciones con vectores, logaritmos y matrices
- Efectuar operaciones con los números cardinales, fracciones, decimales, enteros, reales (rationales e irracionales) y complejos
- Llevar a cabo operaciones con potencias

Geometría

- Usar razones trigonométricas para resolver problemas en triángulo rectángulo
- Trazar y analizar gráficas que utilicen transformaciones trigonométricas y figuras geométricas
- Interpretar y dibujar objetos bidimensionales y tridimensionales
- Desarrollar el sentido espacial
- Halla longitudes de arco y de sectores circulares
- Aplica los teoremas básicos de la geometría euclidiana

Funciones

- Entiende, interpreta, analiza y construye funciones
- Utiliza el círculo unitario para ampliar el dominio de las funciones trigonométricas

Álgebra

- Resolver ecuaciones lineales, cuadráticas, con valor absoluto, trigonométricas, con radicales, exponenciales y logarítmicas
- Determinar la pendiente, los interceptos, los ceros de una función, la simetría de una función, el intervalo donde una función es decreciente, constante, par, impar y cóncava hacia arriba o hacia abajo y correspondencia 1-1
- Determinar el inverso de una función, verificar identidades trigonométricas y resolver problemas que requieren conocimientos de trigonometría
- Establecer conexiones entre funciones, trigonometría, coordenadas polares y números complejos
- Trabajar y analizar funciones polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas
- Desarrollar y analizar algoritmos
- Resolver desigualdades lineales y no lineales
- Trazar gráficas
- Analizar sucesiones y series

Análisis de Datos y Probabilidad

- Construir, analizar, hacer inferencias y predicciones basadas en tablas y gráficas
- Usar simulaciones para estimar probabilidades
- Calcular combinaciones y permutaciones
- Calcular la probabilidad experimental y teórica para modelar y resolver situaciones



APÉNDICE C

Teoría del Aprendizaje Contextual

Según plantean, Guzmán y Cuevas (2004); las matemáticas se tienden a ejercer de una forma rutinaria y descontextualizada. Cuando e al estudiantado se les propone resolver un problema no rutinario o hallar la solución, no obedece al esquema en el cual es enseñado el problema. Se aplican los algoritmos de manera mecánica, obtienen soluciones inverosímiles y son incapaces de ver el error. Según la teoría del aprendizaje contextual, este tiene lugar solo cuando los alumnos procesan información y conocimientos nuevos, de tal manera que le da sentido en su marco de referencia. Sus mentes buscan en forma natural el significado del contexto, asimilando relaciones que tengan sentido y parezcan ser útiles.

El docente por su parte, debe diseñar experiencias de aprendizaje que incorporen diferentes actividades de experiencias sociales, culturales, físicas y psicológicas, dirigidas a los resultados de aprendizaje deseados (Heckman y Weissglass, 1994, Gadanidis, 1994 , Quintero, 2010 , Sere, 1992). De igual forma, esta estrategia de enseñanza contextualizada debe estar enmarcada en el enfoque de solución de problemas. Al analizar las mejores prácticas internacionales en países como Singapur, Finlandia y Japón se observa un factor común: todas enfocan su atención en que el estudiantado desarrolle un entendimiento matemático profundo, definido como el equilibrio apropiado entre la comprensión de conceptos, competencias y destrezas de procedimiento así como la solución de problemas, con especial énfasis en la aplicación. Por ejemplo, según la metodología de la Matemática en Singapur, la solución de problemas es el centro del aprendizaje matemático. En su marco conceptual se consideran cinco componentes principales que se interrelacionan. Estos componentes son: conceptos, destrezas, procesos, actitudes y metacognición. Esto ha garantizado que los alumnos desarrollen las competencias necesarias para el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas. El Programa de Matemáticas plantea el diseño de un currículo en espiral en el que cada tema sea revisado y aumentado en profundidad de un nivel a otro. Esto permitirá que el estudiantado consolide los conceptos y habilidades aprendidas, y que desarrolle aún más sus destrezas en la solución de problemas. El desarrollo holístico de este modelo debe contener como indicador clave un enfoque en las actitudes. Para que el alumno sea exitoso debe desarrollar una actitud positiva hacia las matemáticas, tener confianza para perseverar, y desarrollar la capacidad de controlar su propio pensamiento.



El Programa de Matemáticas, adaptándose al momento de los avances en el uso de la tecnología, estableció ofrecer cursos en línea. A continuación se presenta ejemplos los cuales son identificados con **CEL** (Cursos en Línea): Fundamentos de Preparación al Cálculo, Cálculo 1 y 2; Matemática Integrada: Funciones y Modelos y Matemática Contemporánea; Estadística y Probabilidad; Álgebra II y Avanzada; Trigonometría y Avanzada.